

**Задания муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2019-2020 учебном году**

11 класс

Максимальное количество баллов - 35

1. Найдите наибольшую возможную площадь четырехугольника, у которого произведение любых двух соседних сторон равно 1.
2. Про положительные числа a, b, c, d известно, что $abcd = 1$. Докажите, что среди чисел $\frac{a^2 + 1}{b^2}, \frac{b^2 + 1}{c^2}, \frac{c^2 + 1}{d^2}, \frac{d^2 + 1}{a^2}$ есть число, не меньшее 2.
3. Найдите все тройки попарно разных действительных чисел x, y, z , являющихся решениями системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = -x + 3y + z, \\ y^2 + z^2 = x + 3y - z, \\ z^2 + x^2 = 2x + 2y - z. \end{cases}$$

4. Найдите радиус сферы, касающейся всех рёбер правильного тетраэдра с ребром a .
5. Тринадцать девочек и тринадцать мальчиков принимали участие в математическом конкурсе. Каждый участник решил не более четырех задач. Для любых девочки и мальчика найдётся хотя бы одна задача, решённая обоими. Докажите, что была задача, которую решили не менее трёх девочек и не менее трёх мальчиков.