

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019-2020 ГГ.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП.**

11-Й КЛАСС

1 Решите в целых числах уравнение $3 \cdot 2^x + 1 = y^2$.

2 Решите неравенство $\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \leq \frac{\sin x - 3}{\sqrt{2}}$.

3 Найдите все пары действительных чисел a и b , для которых существует многочлен $f(x)$, такой что $f(f(x)) = (x^2 + ax + b)^2$.

4 Окружности радиусов $a > b > 0$ касаются друг друга внешним образом. К ним проведены три общие касательные. Найдите периметр образованного ими треугольника.

5 Дано произвольное натуральное 2019-значное число, в десятичной записи которого отсутствуют цифры 0, 1, 2 и 3. Если в числе имеются две подряд идущие цифры или два одинаковых подряд идущих двузначных числа, то их разрешается удалить. Также разрешается в любом месте вставить две одинаковые цифры или два подряд идущих одинаковых двузначных числа. Докажите, что с помощью перечисленных выше операций можно получить число меньше, чем 10^5 .

*На выполнение задания дается 4 часа
Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**Пользоваться электронными средствами
(ноутбуками, мобильными телефонами, калькуляторами и т.п.), а также любой литературой,
получать консультации по выполнению заданий КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ**