

## 11 класс

1. Число  $N$  имеет наименьший положительный делитель 1, второй по величине положительный делитель  $k$  и третий по величине положительный делитель  $m$ . При этом  $k^k + m^m = N$ . Чему равно  $N$ ?

2. Докажите, что для любых действительных положительных чисел  $x, y, z, t$  выполняется неравенство

$$\frac{x + y + z + t}{2} + \frac{4}{xy + yz + zt + tx} \geq 3.$$

3. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность, причём касательные в точках  $B$  и  $D$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на прямой  $AC$ . Прямая, параллельная  $KB$ , пересекает прямые  $BA$ ,  $BD$  и  $BC$  в точках  $P$ ,  $Q$  и  $R$  соответственно. Докажите, что  $PQ = QR$ .

4. Среди первых 30 натуральных чисел отметили некоторые 22 числа. Докажите, что есть такое отмеченное число, которое равно сумме каких-то трех других отмеченных чисел.

5. На турнир по настольному боксу в Йошкар-Олу собрались 52 бойца. Известно, что силы у всех различны и в игре более сильный всегда побеждает более слабого, за одним исключением: самый слабый является неудобным соперником для самого сильного и всегда его побеждает. Реальные силы бойцов организаторам неизвестны. Могут ли организаторы выявить самого сильного бойца не более чем за 64 поединка?