

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2019-2020 учебном году**

Задачи для 11 класса

11.1. Числа a, b, c , отличные от нуля, образуют арифметическую прогрессию (и именно в этом порядке: b – средний член прогрессии). Доказать, что уравнение $ax^2 + 2\sqrt{2}bx + c = 0$ имеет два корня.

11.2. В ряд последовательно выписаны 21 число: от 2000 до 2020 включительно. Увлеченные нумерологией Вова и Дима совершили следующий ритуал: сначала Вова стер несколько последовательных чисел, затем Дима стер несколько последовательных чисел, наконец, Вова стер несколько последовательных чисел (в каждом шаге они стирали *последовательные натуральные числа*, не перепрыгивая через образовавшиеся лакуны). В итоге сумма чисел, стертых Вовой, оказалось ровно в четыре раза больше суммы чисел, стертых Димой, и от ряда осталось одно число. О каких числах можно точно сказать, что они были стерты Димой?

11.3. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC . На стороне BC выбрана такая точка E , что угол BEA равен углу CED . Найдите отношение длин отрезков AE и DE .

11.4. Назовем натуральное число *интересным*, если оно является произведением ровно двух (различных или равных) простых чисел. Каково наибольшее количество последовательных чисел, все из которых – интересные?

11.5. Функции $f(x)$ и $g(x)$ определены для всех x из промежутка $(2,4)$ и удовлетворяют условиям:

- 1) $2 < f(x) < 4$,
- 2) $2 < g(x) < 4$,
- 3) $f(g(x)) = g(f(x)) = x$,
- 4) $f(x)g(x) = x^2$

для всех $x \in (2, 4)$. Доказать, что $f(3) = g(3)$.