

Задания 8 класс

1. Найдите какие-нибудь четыре различных натуральных числа, обладающих следующим свойством: если к произведению любых двух из них прибавить произведение двух остальных чисел, то получится простое число.

2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точка K – середина AB , точка L – середина BC , точка M – середина CD , точка N – середина DA . Для некоторой точки S , лежащей внутри четырехугольника $ABCD$, оказалось, что $KS = LS$ и $NS = MS$. Докажите, что $\angle KSN = \angle MSL$.

3. Рабочие укладывали пол размера $n \times n$ плитками двух типов: 2×2 и 3×1 . Оказалось, что им удалось полностью уложить пол так, что было использовано одинаковое количества плиток каждого типа. При каких n такое могло получиться? (Резать плитки, а также накладывать их друг на друга нельзя).

4. Сумма чисел a , b и c равна нулю, а их произведение отрицательно. Докажите,

$$a^2 + b^2 \quad b^2 + c^2 \quad c^2 + a^2$$

что число $\frac{a^2 + b^2}{c} + \frac{b^2 + c^2}{a} + \frac{c^2 + a^2}{b}$ положительно.

5. На столе лежат 300 монет. Петя, Вася и Толя играют в следующую игру. Они ходят по очереди в следующем порядке: Петя, Вася, Толя, Петя, Вася, Толя, и т. д. За один ход Петя может взять со стола 1, 2, 3 или 4 монеты, Вася – 1 или 2 монеты, а Толя – тоже 1 или 2 монеты. Могут ли Вася и Толя договориться так, что, как бы ни играл Петя, кто-то из них двоих заберет со стола последнюю монету?