

**Всероссийская олимпиада школьников по математике.**

**II этап**

**8 класс**

**14.11.2019**

*Работа рассчитана на 235 минут*

1. На доске написано несколько различных целых чисел таких, что произведение трёх наименьших из них равно 8, а произведение трёх наибольших из них равно 27. Может ли оказаться, что на доске написано ровно пять чисел?
2. Петя в 16 клетках квадрата  $5 \times 5$  записал единицы, а в оставшихся девяти - нули. Петя нашёл все возможные суммы в четырёх клетках, образующих квадрат  $2 \times 2$ . Оказалось, что сумма шестнадцати чисел, найденных Петей, равна 28. В каких клетках записаны единицы? Нужно указать все варианты.
3. Действительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a^5 + b^5 = 3$ ,  $a^{15} + b^{15} = 9$ . Найти значение выражения  $a^{10} + b^{10}$ .
4. В компании из 8 человек каждый знаком ровно с 6 другими. Сколькими способами можно выбрать четырёх человек, любые двое из которых знакомы? (Считаем, что если А знаком с В, то и В знаком с А, а также, что человек не знаком сам с собой, так как понятие знакомства относится к двум разным людям.)
5. На стороне ВС треугольника ABC взяли точку Р так, что  $\angle PAB = 45^\circ$ . Серединный перпендикуляр к отрезку AP пересекает сторону AC в точке Q. Оказалось, что  $PQ \perp BC$ . Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.
6. Пусть  $a$  и  $b$  – натуральные числа. Доказать, что хотя бы одно из чисел:  $a$ ,  $b$ ,  $a+b$  - равняется разности квадратов двух целых чисел.

**Всероссийская олимпиада школьников по математике.**

**II этап**

**8 класс**

**14.11.2019**

*Работа рассчитана на 235 минут*

1. На доске написано несколько различных целых чисел таких, что произведение трёх наименьших из них равно 8, а произведение трёх наибольших из них равно 27. Может ли оказаться, что на доске написано ровно пять чисел?
2. Петя в 16 клетках квадрата  $5 \times 5$  записал единицы, а в оставшихся девяти - нули. Петя нашёл все возможные суммы в четырёх клетках, образующих квадрат  $2 \times 2$ . Оказалось, что сумма шестнадцати чисел, найденных Петей, равна 28. В каких клетках записаны единицы? Нужно указать все варианты.
3. Действительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a^5 + b^5 = 3$ ,  $a^{15} + b^{15} = 9$ . Найти значение выражения  $a^{10} + b^{10}$ .
4. В компании из 8 человек каждый знаком ровно с 6 другими. Сколькими способами можно выбрать четырёх человек, любые двое из которых знакомы? (Считаем, что если А знаком с В, то и В знаком с А, а также, что человек не знаком сам с собой, так как понятие знакомства относится к двум разным людям.)
5. На стороне ВС треугольника ABC взяли точку Р так, что  $\angle PAB = 45^\circ$ . Серединный перпендикуляр к отрезку AP пересекает сторону AC в точке Q. Оказалось, что  $PQ \perp BC$ . Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.
6. Пусть  $a$  и  $b$  – натуральные числа. Доказать, что хотя бы одно из чисел:  $a$ ,  $b$ ,  $a+b$  - равняется разности квадратов двух целых чисел.