

9 класс

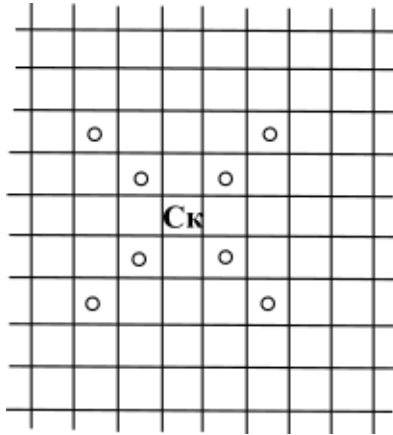
1. Сумма факториалов первых k натуральных чисел равна квадрату суммы первых n натуральных чисел.

а) Найдите все такие пары (k, n) (3 балла);

б) докажите, что других пар, кроме найденных в пункте а), нет (4 балла).

(Для справки: Факториал натурального числа m – произведение всех чисел подряд от 1 до m . Обозначается $m!$. Например, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. По определению, $1! = 1$)

2. Фигура «слоник» бьет на одну или две клетки по диагонали клетчатой доски. Какое максимальное количество слоников, не бьющих друг друга, можно расставить в клетках доски 10×10 ?



3. Есть кучка из 100 спичек. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Петя может своим ходом взять одну, три или четыре спички. Вася может своим ходом взять одну, две или три спички. Кто не может сделать хода, тот проиграл. Кто из игроков, Петя или Вася, может выиграть при любой игре соперника?

4. На сторонах AB , BC , CD и DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ взяты точки P , Q , R и S так, что $BP : AB = CR : CD = 1 : 3$ и $AS : AD = BQ : BC = 1 : 4$. Докажите, что отрезки PR и QS делятся точкой их пересечения в отношениях $1 : 3$ и $1 : 2$.

5. В турнире по настольному теннису каждый участник встретился с каждым один раз. Каждую встречу судил один судья. Все судьи судили разное количество встреч. Игрок Иванов утверждает, что все его встречи судили разные судьи. То же самое утверждают о себе игроки Петров и Сидоров. Может ли быть, что никто из них не ошибся?