<u>10 класс</u>

1. **Ответ:** Например, $b_n = n + \frac{(-1)^n - 1}{2}$

Решение.Перепишем данную последовательность в виде 1-1; 2; 3-1; 4; 5-1 и т.д. Требуется сконструировать слагаемое, которое бы равнялось -1 при nнечетном и нулю при n четном. Такое слагаемое имеет вид $\frac{(-1)^n - 1}{2}$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Из последовательности выделен ряд натуральных чисел - 2 балла.

2. **Ответ:** 5,32%

Решение

Положительный результат может быть правильным или ложным. Доля ложного положительного результата по условию 5%. Доля правильного положительного результата – 99% (Доля ложно отрицательных результатов получена путем проверки теста на больных людях.Поэтому 100%-1% результатов – это правильно положительный результат.)

Событие «получен ложно положительный результат» происходит вместе с событием «тест сделан здоровому человеку», доля которого $p\%$. Событие «получен правильно положительный результат» происходит вместе с событием «тест сделан больному человеку», доля которого $(100 - p)\%$.

Таким образом, получаем уравнение $0{,}05 \times \frac{p}{100} + 0{,}99 \times \frac{100-}{100} = 0{,}1$, из которого

$$p = \frac{4450}{47} \approx 94{,}68\%$$

То есть, больных людей среди тестируемых 5,32%

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Неверно найдена доля правильного положительного результата (или правильного отрицательного) при остальных верных рассуждениях и вычислениях – решение оценивается в 1 балл.

Упущены те или иные моменты в рассуждении (например, не учитывается доля больных людей) и в результате решение неверное – решение оценивается в 0 баллов.

Отсутствует объяснение тому или иному тезису в рассуждении (например, что событие «получен ложно положительный результат» происходит вместе с событием «тест сделан здоровому человеку») и решение верное – решение оценивается в 6 баллов.

Все рассуждения проведены верно, правильно составлено уравнение, но при его решении допущены вычислительные ошибки – решение оценивается в 4 балла.

Рассуждения проведены верно, но уравнение составлено с ошибкой – решение оценивается в 2 балла.

Верное и полное решение – 7 баллов.

3. **Ответ:** Путь автомашины удлиняется на $\frac{n_1 n_2 - n_2^2}{n_1 + n_2}$.

Решение: Скорость износа передних шин автомобиля составляет $\frac{1}{n_1}$, а скорость износа задних - $\frac{1}{n_2}$. После того как машина проехала x километров, износ передней шины составил $\frac{x}{n_1}$, износ задней - $\frac{x}{n_2}$. Длину промежуточного пробега машины x выберем так, чтобы поменяв шины местами, т.е. те из них, которые раньше были на передних колесах, поставить на задние, а те, которые были на задних, - на передние, добиваемся того, чтобы они стерлись одновременно. Для этого длина x должна составлять половину возможного пробега. Полный износ шины, естественно, принимаем за 1. $x\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) = 1, x = \frac{n_1 \times n_2}{n_1 + n_2}$.

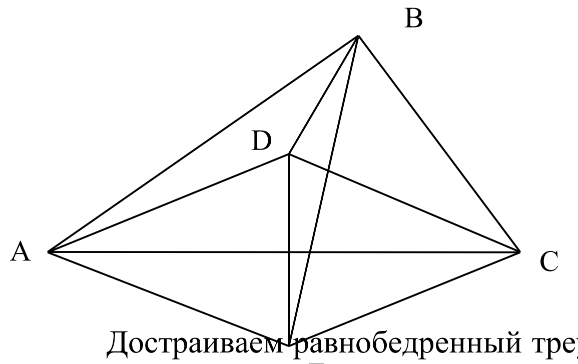
До второй остановки (когда шины сотрутся совсем) автомобиль пройдет $2x$километров, т.е. $2\frac{n_1 \times n_2}{n_1+n_2}$ километров. Путь удлинится на $2\frac{n_1 \times n_2}{n_1+n_2} - n_2 = \frac{n_1 n_2 - n_2^2}{n_1+n_2}$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Рассуждения доведены до описания замены шин на половине пути - 1 балл. Составлена верная математическая модель к задаче (при этом полный износ шины может не быть принят за 1) - 2 балла. Продвижение в работе с моделью может быть оценено 1 или 2 баллами в дополнение к исходным 2 баллам, полученным за модель. Верное решение -7 баллов.

4. **Ответ:** 30^0.

Решение.



Достраиваем равнобедренный треугольник ADCдо ромба ADCE. В треугольнике BECстороны BCи CE равны по построению, а угол BCE=60^0. Следовательно, этот треугольник равносторонний. Треугольник ABEравнобедренный. Угол BEAравен 140^0-60^0=80^0. Поэтому угол BAEравен (180^0-80^0)=50^0 и угол BADравен 50^0-2×20^0=10^0. Угол ADBравен 140^0, поэтому угол ABD равен 180^0-140^0-10^0=30^0.

5. **Ответ:** 900

Решение

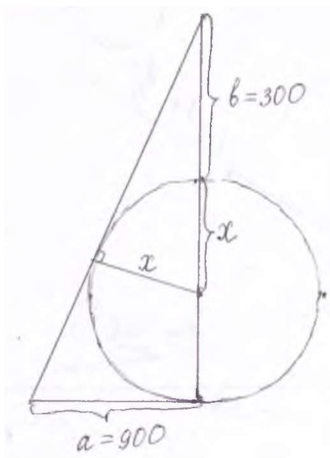


Рис. 2.

Из подобия треугольников (рис. 2) получаем уравнение

$$\frac{b+x}{\sqrt{(b+x)^2 - x^2} + a} = \frac{x}{a}$$

$$ab = x\sqrt{b^2 + 2bx}$$

Обозначим$y = 2x$.

$$2a\sqrt{b} = y\sqrt{b+y}$$

$$\sqrt{1+\frac{y}{b}} = \frac{2a}{y}$$

При условии $\frac{2a}{y} \geq 0$, которое выполнено по условию задачи, получаем

$$1 + \frac{y}{b} = \frac{4a^2}{y^2}$$

Далее это уравнение решаем графически (рис.3).

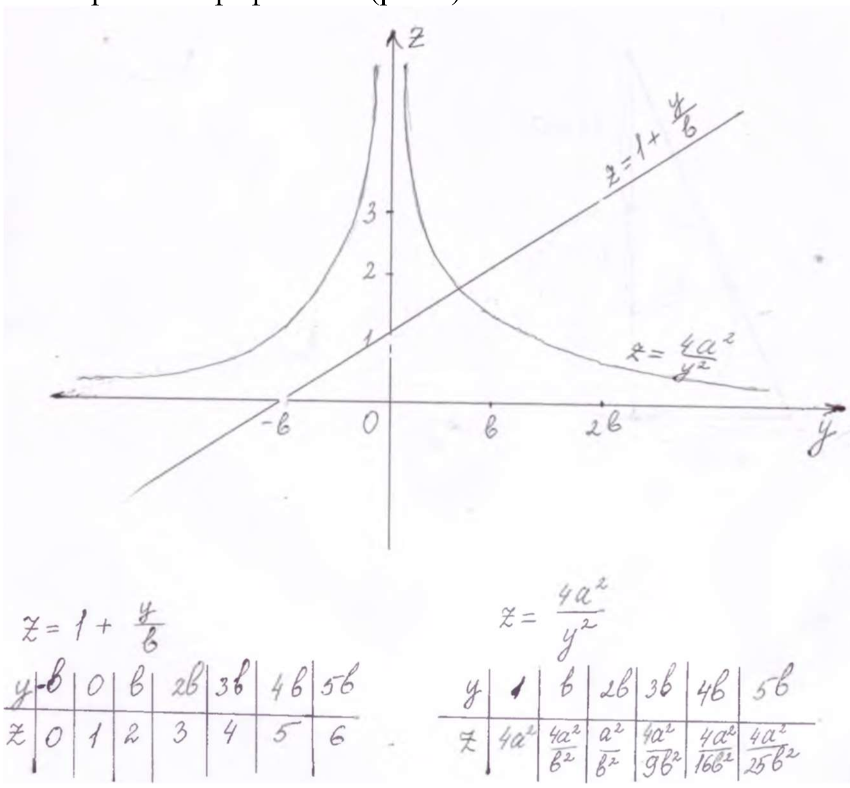


Рис. 3.

С помощью графика показано, что при $y \geq 0$ уравнение имеет единственное решение.
Далее подбираем это решение и получаем, что $y = 3b$, то есть 900.
Подобрать решение можно так.
Пусть $y = kb$, тогда имеем уравнение

$$\frac{4a^2}{(kb)^2} = k + 1$$

$$\frac{4 \times 900^2}{k^2 \times 300^2} = k + 1$$

$$\frac{36}{k^2} = k + 1$$

$$k^3 + k^2 = 36$$

$$k^2 \times (k + 1) = 3^2 \times (3 + 1)$$

$$k = 3$$

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

По задаче верно составлено уравнение, приводящее к решению задачи, и это уравнение не решено – 2 балла.

Не обоснованы отдельные шаги в решении уравнения и при этом уравнение решено верно – 6 баллов.

При решении уравнения методом подбора не доказано, что найденное решение единственное – 3 балла.

При реализации графического метода решения уравнения построены графики, но само решение уравнения не найдено – 3 балла, при этом в тексте решения указано, что решение уравнения единственное – 4 балла.

Верноеи полное решениие - 7 баллов.

Обозначение a и b в изложенном решении использованы для удобства ведения записей. За отсутствие подобных обозначений в решении баллы не снимаются.