

Условия, решения, комментарии
6 класс

6.1. Найдите самое большое шестизначное число, все цифры которого различны, и каждая из цифр, кроме крайних, равна либо сумме, либо разности соседних с ней цифр.

Ответ. 972538.

Решение. Пусть A – искомое число. Попробуем найти число A с первой цифрой 9. Переберем варианты второй цифры. Если вторая цифра – 8. Тогда получаем: $A = 98176$ – не получается шестизначное число. Если вторая цифра – 7. Тогда получаем: $A = 972538$ – шестизначное.

Комментарий. Просто правильный ответ, а попытки подбора максимального числа отсутствуют – 4 балла.

Любой неверный ответ – 0 баллов.

6.2. Два велосипедиста собрались доехать из пункта A в пункт B . Скорость первого из них равна 35 км/ч, второго – 25 км/ч. Известно, что каждый из них ехал только тогда, когда другой отдыхал (стоял на месте), а всего за 2 часа они проехали одинаковое расстояние. Могли ли они доехать за 2 часа до пункта B , расположенного на расстоянии 30 км от пункта A ?

Ответ. Не могли.

Решение. Будем считать, что велосипедисты одновременно не отдыхали. Раз они проехали одинаковое расстояние, а отношение их скоростей равно 7:5, то время движения первого велосипедиста – 5 частей, второго – 7 частей времени. Всего они ехали 2 часа = 120 минут. Значит, одна часть времени – 10 минут. Следовательно, второй ехал 70 минут = 1 час 10 минут. За час он проехал 25 км, за 10 минут – $1/6$ от 25 км, что меньше $1/6$ от 30 км, то есть меньше 5 км. Всего он проехал меньше 30 км.

Комментарий. Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

6.3. Найдите все решения ребуса: $TUK + TUK + TUK + TUK + TUK = CTUK$. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – разные цифры.

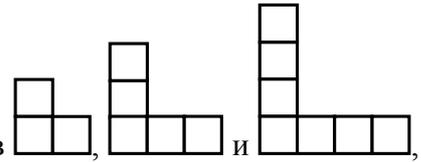
Ответ. Два решения ($250 + \dots + 250 = 1250$ и $750 + \dots + 750 = 3750$).

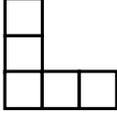
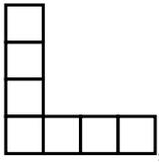
Решение. Вычтем из обеих частей равенства TUK . Получим: $TUK + TUK + TUK + TUK = C000$. То есть $4 \cdot TUK = C \cdot 1000$. Разделив на 4, получаем: $TUK = C \cdot 250$. Число TUK – трехзначное, поэтому $C < 4$. Проверка показывает, что цифры $C = 1$, тогда $TUK = 250$ и $C = 3$, тогда $TUK = 750$ подходят, а цифра $C = 2$, не подходит – тогда $TUK = 500$ – имеет одинаковые цифры.

Комментарий. Просто правильный ответ – 3 балла;

Один из двух правильных ответов – 1 балл.

Присутствует догадка вычитания из обеих частей числа TUK – 2 балла.



6.4. Коля разрезал квадрат 120×120 на уголки видов ,  и , а Вася разрезал такой же квадрат на уголки тех же видов, но другим способом. Мог ли Вася получить на 11 уголков больше, чем Коля? (Уголки можно поворачивать.)

Ответ. Не мог.

Решение. Заметим, что каждый уголок состоит из нечетного числа клеток. Поэтому при разрезании квадрата должно использоваться четное число уголков. Но разность двух четных чисел не может равняться 11.

Комментарий. Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

6.5. В замке 16 одинаковых квадратных комнат, образующих квадрат 4×4 . В эти комнаты по одному человеку поселилось 16 человек – лжецы и рыцари (лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду). Каждый из этих 16 человек сказал: «По крайней мере в одной из соседних с моей комнат живет лжец». Какое наибольшее количество лжецов могло быть среди этих 16 человек? Комнаты считаются соседними, если у них общая стена.

Ответ. 8 лжецов.

Решение. Заметим, что в соседних комнатах не могут жить лжецы (иначе они говорили бы правду). Разобьем комнаты на 8 пар соседних. Тогда в каждой паре может жить не более одного лжеца. Поэтому всего лжецов не более 8. Рассмотрим шахматную раскраску комнат в черный и белый цвета. Если поселить 8 лжецов в «черные» комнаты, а 8 рыцарей в «белые», то условие задачи будет выполняться (все лжецы будут лгать, а все рыцари будут говорить правду).

Комментарий. Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

Пример расселения 8 лжецов и 8 рыцарей – 2 балла.

Доказано, что лжецов не более 8 – 5 баллов.