

Материалы для проведения муниципального этапа Российской
олимпиады школьников по математике
в республике Башкортостан
1 декабря 2020 года

Составитель заданий: Р. Г. Женодаров

Рецензенты: к.ф.-м.н. Н. Ф. Валеев, к.ф.-м.н. К. П. Исаев,
к.ф.-м.н. В. И. Луценко

**Общие указания по проверке решений олимпиадных заданий
по математике.**

*Для повышения качества проверки обязательным является
требование двух независимых проверок каждого решения.*

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог
подводится по сумме баллов, набранных Участником.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	План решения верный и может стать полностью правильным после исправлений или дополнений
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.

Следует иметь в виду, что:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценить степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

При оценке решения задачи в первую очередь нужно исходить из общих критериев, но учитывать конкретные критерии по задачам.

Задачи, наброски решений, критерии по отдельным задачам.

7 класс

1. Найдите наименьшее число, в котором участвуют только цифры 2 и 3 в равном количестве, и кратное 2 и 3.

Ответ: 223332.

Набросок решения. Если число делится на 3, то сумма цифр делится на 3 и, значит, количество двоек кратно трём и, значит, их минимум три. Значит, искомое число шестизначное. Так как оно делится на 2, то оканчивается оно на 2. Число тем меньше, чем меньше старшие цифры, отсюда ответ.

Критерии. Правильный ответ без обоснования: 2 балла.

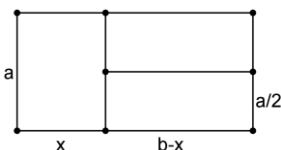
2. Прямоугольник со сторонами 6см и 3см разрезали на три прямоугольника равного периметра. Чему может равняться периметр этих прямоугольников? Найти все возможные ответы.

Ответ: 14см, 10 см, 10,5см.

Набросок решения.

Пусть мы режем прямоугольник со сторонами a и b . Случаи 1 и 2. Разрежем на три равных прямоугольника двумя разрезами параллельными стороне a . Периметр этих прямоугольников равен $P=2(a+b/3)$. 1) Если $a=3$ см и $b=6$ см, то $P=10$ см. 2) Если $a=6$ см и $b=3$ см, то $P=14$ см.

Случаи 3 и 4. Один прямоугольник отрезем параллельно стороне a , оставшийся разрежем на два равных параллельно стороне b (см. рис.). Если у прямоугольников равны периметры, то равны и полупериметры, поэтому $a+x=b-x+a/2$, откуда $2x=b-a/2$ при условии $b-a/2>0$. Периметр этих прямоугольников равен $P=2a+b-a/2=3a/2+b$. 1) Если $a=3$ см и $b=6$ см, то $P=10,5$ см. 4) Если $a=6$ см и



$b=3$ см, то $b-a/2=0$ и не выполняется условие существования прямоугольника.

Критерии. Правильный ответ, без пояснений: 2 балла.

3. Существуют ли четыре натуральных числа, сумма которых - сотая степень двойки, а произведение - сотая степень семнадцати?

Ответ: не существуют.

Набросок решения. Если произведение четырёх чисел - сотая степень 17, то по крайней мере у одного из них показатель степени не меньше 25. Но $17^{25} > 16^{25} = (2^4)^{25} = 2^{100}$. Значит, их сумма больше 2^{100} . Таких чисел нет.

Критерии. Только ответ: 0 баллов.

4. Два шахматиста сыграли между собой 100 партий. За победу начислялось 11 очков, за ничью x очков, за поражение очков не начислялось. Найти все возможные значения x , если шахматисты в сумме набрали 800 очков, и x - натуральное число.

Ответ: 3 и 4.

Набросок решения. Пусть n партий закончились результативно, тогда ничейных партий $100-n$, и игроки набрали $11n+2x(100-n)$. Так как всего набрано 800 очков, получаем уравнение $11n+2x(100-n)=800$. $11n-2nx=800-200x$. $n(11-2x)=200(4-x)$. $3n=200(4-x)-2n(4-x)$. Откуда $3n=2(4-x)(100-n)$. Осталось найти n для возможных пяти значений x . Так как 800 не кратно 11, то случай $x=0$ невозможен.

Если $x=4$, то $n=0$ (были только ничьи).

Если $x=3$, то $n=40$.

Если $x=2$, то $7n=400$, n не является целым.

Если $x=1$, то $3n=200$, n не является целым.

5. Имеется 50 деревьев 25 видов по два дерева каждого вида. Можно ли их посадить в ряд так, чтобы между любыми двумя деревьями одного вида росло одно или три дерева?

Ответ: нельзя.

Набросок решения. Пусть деревья посажены требуемым образом. Занумеруем деревья в порядке их расположения в ряд числами от 1 до 50. Заметим, что деревья, между которыми растёт одно дерево или три дерева, имеют в нумерации или оба чётных номера или оба нечётных номера. Поскольку каждой чётности по 25 деревьев, найдутся два дерева одного вида разной чётности, и между ними не может расти ровно одно дерево или три.

6. Несколько полей доски 14×14 отмечены. Известно, что никакие два из отмеченных полей не находятся в одном и том же столбце и одном и том же ряду, а также что конь может, начав с любого отмеченного поля, попасть на любое другое отмеченное поле по отмеченным полям. Каково наибольшее возможное количество отмеченных полей?

Ответ: 14.

Набросок решения.

Оценка. В каждом ряду не более одной отмеченной клетки (поля), и значит отмечено не более 14 клеток.

Пример на рисунке.

