

## 7 класс

1. В кемпинг заехали туристы. На обед каждый из них съел половину банки супа, треть банки тушенки и четверть банки фасоли. Всего они съели 39 банок еды. Сколько было туристов?

*Ответ:* 36.

*Решение.* Заметим, что 12 туристов съели 6 банок супа, 4 банки тушенки и 3 банки фасоли – то есть всего 13 банок еды.

39 банок – это 3 комплекта по 13 банок. Один комплект съедает 12 человек. Значит, всего туристов 36.

2. По кругу стоят 6 человек, каждый из которых либо рыцарь – который всегда говорит правду, либо лжец – который всегда врет. Каждый сказал одну из двух фраз: “Рядом со мной есть лжец” или “Напротив меня стоит лжец”. Какое минимальное количество лжецов может быть среди них? Приведите пример и докажите, что меньшего количества лжецов быть не может.

*Ответ:* 2.

*Решение.* Пронумеруем всех стоящих по часовой стрелке (получится, что люди с номерами 1 и 4, 2 и 5, 3 и 6 будут стоять друг напротив друга).

Ноль лжецов, очевидно, быть не может (тогда были бы одни рыцари и никто не смог бы сказать ни одну из фраз).

Если лжец один, то пусть его номер 1, тогда у рыцаря номер 3 оба соседа рыцари и напротив него стоит рыцарь. Значит он не может сказать ни одну из этих двух фраз.

Пример с двумя лжецами. Лжецы имеют номера 1 и 2 и говорят “Напротив меня стоит лжец”, это же говорят рыцари 4 и 5. Остальные рыцари (3 и 6) говорят “Рядом со мной есть лжец”.

3. Четыре человека с сундуком хотят переправиться через реку. Люди весят 45, 50, 60 и 65 кг, сундук — 100 кг. Лодка выдерживает груз не более 200 кг. Сундук можно погрузить в лодку или вытащить из нее только четвером. Как им всем вместе с сундуком переправиться через реку?

*Решение.*

Загружаем сундук в лодку.

45 и 50 плывут на тот берег. 45 остается, 50 возвращается.

60 плывет на тот берег. 45 возвращается.

45 и 50 плывут на тот берег. 45 остается, 50 возвращается.

65 плывет на тот берег. 45 возвращается.

45 и 50 плывут на тот берег.

Вытаскиваем сундук из лодки.

4. Разрежьте квадрат 8x8 по границам клеток на 7 частей с равными периметрами. (Части могут быть разными по форме)

*Решение.* Пример разрезания см. рис.

1	2	3	4	5	6	7	7
1	2	3	4	5	6	7	7
1	2	3	4	5	6	6	7
1	2	3	4	5	5	6	7
1	2	3	4	4	5	6	7
1	2	3	3	4	5	6	7
1	2	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7

5. Дети в классе угощали друг друга конфетами. Каждый мальчик дал по конфете всем, кто выше его, а каждая девочка — всем, кто ниже ее (все дети разного роста). Оказалось, что Саша, Женя и Валя получили поровну конфет, а все остальные — меньше, чем они. Докажите, что кто-то из этих троих — девочка.

*Решение.*

Выстроим всех детей по росту.

Заметим, что рядом стоящие в этом ряду девочка и мальчик получили поровну конфет. Так как они получили конфеты от всех мальчиков, которые ниже их, а так же от всех девочек, которые выше их. И, если девочка выше мальчика, то они дали конфеты друг другу, а если мальчик выше девочки, то конфет они друг другу не давали.

Если в этом ряду стоят рядом два мальчика, то более высокий мальчик получил на 1 конфету больше, чем низкий. Так как они получили конфеты от всех мальчиков, которые ниже их, от всех девочек, которые выше их, и низкий дал высокому конфету.

Посмотрим на самого низкого из Саши, Жени и Вали.

Предположим, что это Саша и он мальчик. Тогда следующий за ним по росту не может быть мальчиком (иначе у него будет конфет больше, чем у Саши, а таких детей нет). Значит, следующий по росту – девочка, и она получила конфет столько же, сколько и Саша. Значит это Женя или Валя (так как все остальные дети получили меньше конфет).