

## 7 класс

**7.1.** Пальмовое масло подорожало на 10%. Из-за этого сыр одного из производителей подорожал на 3%. Какой процент пальмового масла в сыре этого производителя?

**Ответ.** 30%.

**Решение.** Будем считать, что сыр стоил 100 условных рублей за килограмм. Тогда он подорожал на 3 рубля. Так как это произошло из-за подорожания пальмового масла, то 3 рубля – это 10% от стоимости пальмового масла в сыре, то есть стоимость пальмового масла в килограмме сыра составляет 30 рублей. Значит, пальмовое масло составляет 30%.

**Комментарий.** Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

**7.2.** Три велосипедиста выезжают из города. Скорость первого из них равна 12 км/ч, второго – 16 км/ч, третьего – 24 км/ч. Известно, что первый из них ехал ровно тогда, когда второй и третий отдыхали (стояли на месте), и что ни в какой момент времени одновременно два велосипедиста не ехали. Также известно, что за 3 часа все трое проехали одинаковое расстояние. Найдите это расстояние.

**Ответ.** 16 км

**Решение.** Из условия следует, что каждый из велосипедистов ехал в то время, когда двое других стояли, и, кроме того, в каждый момент времени кто-то из велосипедистов ехал (первый ехал, когда второй и третий стояли). Раз они проехали одинаковое расстояние, а отношение их скоростей равно 3:4:6, то время движения первого велосипедиста – 24 части, второго – 18 частей, третьего – 12 частей времени. Всего они ехали 3 часа = 180 минут. Значит, одна часть времени – 10/3 минуты. Следовательно, первый ехал 80 минут, то есть 4/3 часа. За это время он проехал 16 км.

**Комментарий.** Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

**7.3.** Число  $B$  получается из числа  $A$  по следующему правилу: одновременно изменяются все цифры числа  $A$ . При этом если цифра больше 2, то из нее можно вычесть 2, а если цифра меньше 8, то к ней можно прибавить 2 (например, цифра 4 может быть заменена на 2, либо на 6, а цифра 9 должна быть заменена только на 7). Может ли сумма чисел  $A$  и  $B$  равняться 2345678?

**Ответ.** Не может.

**Первое решение.** Заметим, что числа  $A$  и  $B$  могут состоять только из 6 или 7 цифр. Сумма чисел  $A$  и  $B$  равна сумме чисел  $C$  и  $D$ , где у числа  $C$  на каждой позиции записана меньшая из соответствующих цифр чисел  $A$  и  $B$ , а у числа  $D$  – большая из цифр. Таким образом,  $D = C + 22\dots22$ , где количество  $N$  двоек равно количеству цифр числа  $C$ . По условию  $A + B = 2345678$ , то есть  $2C + 22\dots22 = 2345678$ . Если  $N = 6$ , то

$$C = \frac{2345678 - 222222}{2} = 1061728 \text{ – семизначное число – противоречие.}$$

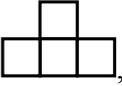
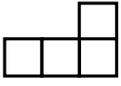
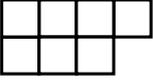
Если же  $N = 7$ , то

$$C = \frac{2345678 - 2222222}{2} = 61728 \text{ – пятизначное число – снова противоречие.}$$

**Второе решение.** Если числа  $A$  и  $B$  состоят не более чем из 6 цифр, то их сумма меньше 2000000. Если же числа  $A$  и  $B$  состоят не менее чем из 7 цифр, то их сумма больше 3000000.

**Комментарий.** Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

Разобран только один из случаев (6 или 7 цифр) – не более 3 баллов за задачу.

7.4. Коля разрезал квадрат  $120 \times 120$  на фигурки видов , ,  и , а Вася разрезал такой же квадрат на фигурки тех же видов, но другим способом. Мог ли Вася получить на 5 фигурок больше, чем Коля? (Фигурки можно поворачивать и переворачивать.)

**Ответ.** Не мог.

**Решение.** Заметим, что разность количества клеток у любых двух фигурок делится на 3. Рассмотрим Васино разрезание квадрата и оставим в нем столько же фигурок, сколько использовал Коля. Тогда на оставшиеся 5 фигурок приходится клетки, количество которых делится на 3 (так как Васины и Колины фигурки сейчас можно разбить на пары, а в каждой паре разность количества клеток будет делиться на 3). Однако суммарное количество клеток в 5 фигурках не делится на 3.

**Комментарий.** Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

7.5. 16 путешественников, каждый из которых лжец или рыцарь (лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду), поселились в 3 комнатах гостиницы. Когда все собрались в своих номерах, Василий, проживающий в первом номере, сказал: «В этом номере сейчас находится больше лжецов, чем рыцарей. Хотя нет – в этом номере сейчас находится больше рыцарей, чем лжецов». После чего Василий зашел во второй номер и сказал там те же два утверждения. А после этого он зашел в третий номер и там тоже сказал те же два утверждения. Какое количество рыцарей могло быть среди этих 16 путешественников?

**Ответ.** 9 рыцарей.

**Решение.** Поскольку утверждения Василия противоречат друг другу, то Василий – лжец. Значит, оба утверждения Василия (про каждую комнату) – ложь, и в каждой комнате (когда он там был) лжецов и рыцарей было поровну. Значит, в каждой комнате без Василия рыцарей на 1 больше чем лжецов. Поэтому среди 15 оставшихся путешественников рыцарей на 3 больше чем лжецов, то есть среди них 9 рыцарей и 6 лжецов.

**Комментарий.** Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

Показано, что Василий – лжец – 1 балл.

Доказано, что в каждой комнате без Василия рыцарей на 1 больше чем лжецов – 4 балла.