

Условия и решения задач

7 класс

7.1. Цена на каток «Восход» в феврале 2020 года составляла 300 рублей с человека. В марте цену понизили, и количество посетителей увеличилось на 50%, а сбор на 25%. На сколько рублей была понижена цена?

Ответ: 50.

Решение. Входная плата на двух человек в феврале 2020 была 600 рублей, в марте вместо каждых двух человек стадион посещают трое, поскольку число посетителей увеличилось на 50%. Так как общий сбор увеличился на 25%, то заплатят они $600 + 0,25 \cdot 600 = 750$ (руб.), а значит один билет будет стоить $750 : 3 = 250$ (руб.), что на 50 рублей меньше, чем в феврале.

Комментарий. Ответ без обоснования – 1 балл.

7.2. Внешние углы треугольника пропорциональны числам 5 : 7 : 8. Найдите угол между высотами этого треугольника, проведенными из вершин его меньших углов.

Ответ: 90° .

Решение. Сумма внешних углов треугольника равна

$$180^{\circ} \cdot 3 = 360^{\circ}.$$

Откуда получим, что один из внешних углов треугольника равен $\frac{360^{\circ}}{5+7+8} \cdot 5 = 90^{\circ}$, а значит и смежный с ним внутренний угол треугольника равен 90° . Следовательно, два других угла будут меньшими углами треугольника, и высоты, проведенные из них, совпадают с катетами треугольника, угол между которыми равен 90° .

Комментарий. Ответ без обоснования – 0 балл.

7.3. Миша собирался построить домик для птиц и нарисовал проект в масштабе, состоящий из следующих частей: крыша, боковая стенка, передняя стенка, дно, задняя стенка. Они имеют следующие площади: $6,4 \text{ см}^2$, $2,8 \text{ см}^2$, 4

см², 3,25 см², 5,5 см². Определите по следующим подсказкам площадь каждой части домика:

1. длина боковой стенки равна 3,2 см;
2. ширина крыши равно 1,2 см;
3. самую маленькую площадь имеет задняя стенка;
4. длина дна 2,75 см, ширина 2,0 см;
5. размеры одной из частей домика таковы: 2,5 см на 1,6 см;
6. две части домика одинаковых размеров. Одна из сторон – 2,0 см;
7. крыша имеет вид прямоугольника.

Ответ: крыша – 3,25 см², боковая стенка – 6,4 см², передняя стенка – 4 см², дно – 5,5 см², задняя стенка – 2,8 см².

Решение. Решение задачи удобно записывать в виде таблицы.

Сразу заметим следующее: так как самую маленькую площадь имеет задняя стенка, то ее площадь равна 2,8 см²; а площадь дна равна 2,75 · 2,0 = 5,5. Укажем это в таблице. При этом в столбцах, где уже есть один плюс, на свободные места расставим минусы, то же делаем и в строках. Получим:

	6,4	2,8	4	3,25	5,5
Крыша		–			–
Боковая стенка		–			–
Передняя стенка		–			–
Дно	–	–	–	–	+
Задняя стенка	–	+	–	–	–

Одинаковые размеры имеют боковые стенки, и из условий 1 и 6 получим, что их площади равны 3,2 · 2,0 = 6,4. Получим

	6,4	2,8	4	3,25	5,5
Крыша	–	–			–
Боковая стенка	+	–	–	–	–
Передняя стенка	–	–			–
Дно	–	–	–	–	+
Задняя стенка	–	+	–	–	–

Из 5 получим, что площадь одной из частей равна $2,5 \cdot 1,6 = 4$, а так как ее размеры не совпадают с размерами крыши, то это площадь передней стенки, и окончательно получим

	6,4	2,8	4	3,25	5,5
Крыша	–	–	–	+	–
Боковая стенка	+	–	–	–	–
Передняя стенка	–	–	+	–	–
Дно	–	–	–	–	+
Задняя стенка	–	+	–	–	–

Комментарий. За правильно найденную площадь дна и задней стенки по 1 баллу.

7.4. Веревку разрезали на 5 кусков, затем некоторые из них разрезали на 5 частей каждый. Затем некоторые из получившихся кусков снова разрезали на 5 кусков, и так сделали несколько раз. Могло ли в результате получиться 2019 кусков?

Ответ: нет.

Решение. Каждый разрез увеличивает число кусков на 4. Следовательно, через n разрезов число кусков увеличится на $4n$. Таким образом, после n разрезов число кусков будет равно $1 + 4n = 2019$, откуда $4n = 2018$. Но 2018 на 4 не делится.

Комментарий. Ответ без обоснования – 0 балл.

7.5. Мирон и Варя играют в следующую игру. На столе лежит куча из 32 камней. Игроки делают ходы поочередно, а начинает Мирон. Делая ход, играющий делит любую кучку, в которой больше одного камня, на несколько равных кучек. Побеждает тот игрок, у которого нет возможности сделать ход (перед его ходом в каждой кучке ровно по одному камню). Кто победит при правильной игре обоих игроков?

Ответ: Варя.

Решение. Выигрывает Варя независимо от того, какие ходы будут делать игроки. Так как у числа 32 нет нечётного делителя, то каждый игрок на своём ходу будет разделять одну кучку на чётное количество кучек, и количество кучек будет менять чётность. Перед ходом Мирона всегда будет нечётное число кучек, а перед ходом Вари – чётное. Так как в конце перед победителем окажется 32 единичные кучки, то победитель – Варя.

Комментарий. Ответ без обоснования – 0 балл.