

**Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике 2020-2021 учебный год**  
7 класс

*Продолжительность олимпиады: 240 минут. Максимальное возможное количество баллов: 35*

**Критерии оценивания заданий**

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
4-5	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

**Задача 1 (7 баллов).**

Имеется пять гирь различного веса, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что две самые тяжёлые гири весят в два раза больше остальных, а три самые тяжёлые гири весят в восемь раз больше остальных. Найдите наименьшее возможное значение суммарного веса всех гирь.

**Ответ:** 27. *Пример.* 11, 7, 6, 2, 1 или 10, 8, 6, 2, 1.

**Решение.** Упорядочим веса гирь  $a > b > c > d > e$   
Тогда по условию  $a+b=2(c+d+e)$ ,  $a+b+c=8(d+e)$

Тогда  $d+e \geq 3 \Rightarrow a+b+c \geq 24 \Rightarrow a+b+c+d+e \geq 27$

**Задача 2 (7 баллов).**

В понедельник в полдень (12.00 часов) часы показывали верное время, а уже через 4 часа они отставали на 1 час. В какой день и час эти часы впервые покажут время, на час большее, чем на самом деле? Ответ объясните.

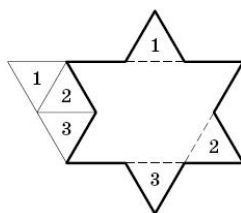
**Ответ:** в ближайшую пятницу в 8.00 ч.

**Решение.** Впервые часы покажут на час больше, когда они отстанут на 23 часа. Так как за каждые 4 часа они отстают на 1 час, то это произойдет через  $23 \cdot 4 = 92$  часа. Поскольку  $92 = 24 \cdot 3 + 20$ , то пройдет трое суток и еще 20 часов.

**Задача 3 (7 баллов).**

Правильную шестиконечную звезду разрезать на 4 части так, чтобы из них можно было сложить выпуклый многоугольник

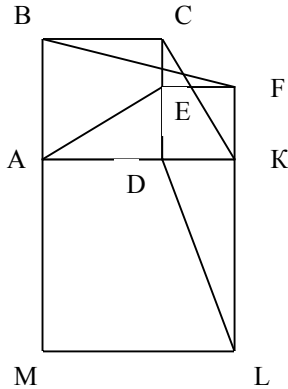
**Решение.** Например:



**Задача 4 (7 баллов).**

Квадрат ABCD со стороной 2 и квадрат DEFK со стороной 1 стоят рядом на верхней стороне АК квадрата AKLM со стороной 3. Между парами точек A и E, B и F, C и K, D и L натянуты паутинки. Паук поднимается снизу вверх по маршруту AEFB и спускается по маршруту CKDL. Какой маршрут короче?

**Ответ:** равны.



*Решение.*

Прямоугольные треугольники с гипотенузами AE и CK, FB и DL равны по двум катетам. Следовательно,  $AE=CK$ ,  $BF=DL$ ,  $EF=KD=1$ .  
Получаем,  $AE+EF+FB=CK+KD+DL$ .

**Задача 5 (7 баллов)**

Определить наибольшее значение отношения трёхзначного числа к числу, равному сумме цифр этого числа.

**Ответ: 100**

*Решение.* Сумма цифр трёхзначного числа  $100a+10b+c$  равна  $a+b+c$ .

Очевидно, что  $\frac{100a+10b+c}{a+b+c} \leq 100$

Кроме того, для числа 100 указанное отношение равно 100.