9 класс

1. Ответ: 2019×2022=4082418

Решение. $\left[\frac{2021!+202\ \ !+3}{2019!+2018!}\right] = \left[\frac{2020!(2021+1)+3}{2018!(2019+1)}\right] = \left[2019 \times 2020 + \frac{3}{2018!2020}\right] = 2019 \times 2022 = 4082418$

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верный ответ без обоснования правила подсчета - 0 баллов.

Преобразования начаты, но до конца не доведены -1-3 балла (в зависимости от продвижения в решении).

Выполнены преобразования и получен верный ответ - 7 баллов.

2. Ответ: (8;4);(9;3);(2;1).

Решение.Пусть x и y – искомые числа, причем x>y. Возможны два случая: $1)\ x-y=\frac{2x}{y}$, $2)\ x-y=\frac{2y}{x}$.

Рассмотрим первый случай. Очевидно, что y≠1 и y≠2, значит x делится на y. Пусть x=ny, где n-натуральное число, тогда $y=\frac{2n}{n-1}$. Так как n и n-1 – последовательные взаимно простые натуральные числа, то n=2 или n=3, что дает пары (8;4) и (9;3).

Рассмотрим второй случай. Так как x>y, 2 должно делиться на x, т.е. x=1 или x=2. Из этих двух значений подходит x=2. Получаем пару (2;1).

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Дан только верный ответ - 0 баллов.

Рассмотрен только один из перечисленных случаев и получена нужная пара (пары) чисел – 3 балла.

Приведено полное решение – 7 баллов.

3. Решение. Пусть диагонали четырехугольника ABCD пересекаются в точке O. Тогда AO+OB>AB, OC+OD>CD. Складывая эти неравенства, получаем: AC+BD>AB+CD. Учитывая равенство из условия задачи, получаем требуемое неравенствоAC>AB.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Составлены неравенства треугольника, из которых может быть получен верный ответ с использованием равенства из условия задачи - 1 балл. Дальнейшее продвижение от 1 до 2 баллов, в зависимости от правильности рассуждений.

4. Ответ:Таких n не существует.

Решение: $n^2 < n^2+n+1 < (n+1)^2$, числа nи (n+1) являются последовательными натуральными числами.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Получена только нижняя граница неравенства - 1 балл, получена только верхняя граница неравенства 3 балла.

5. Ответ: Путь автомашины удлиняется на $\frac{n_1n_2-n_2^2}{n_1+n_2}$.

Решение: Скорость износа передних шин автомобиля составляет $\frac{1}{n_1}$, а скорость износа задних - $\frac{1}{n_2}$. После того как машина проехала *x*километров, износ передней шины составил $\frac{x}{n_1}$, износ задней - $\frac{x}{n_2}$. Длину промежуточного пробега машины *x*выберем так, чтобы поменяв шины местами, т.е. те из них, которые раньше были на передних колесах, поставить на задние, а те, которые были на задних, - на передние, добиваемся того, чтобы они стерлись одновременно. Для этого длина *x*должна составлять половину возможного пробега. Полный износ шины, естественно, принимаем за 1. $x\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)=1, x=\frac{n_1\times n_2}{n_1+n_2}$.

До второй остановки (когда шины сотрутся совсем) автомобиль пройдет 2*x*километров, т.е. $2\frac{n_1\times n_2}{n_1+n_2}$ километров. Путь удлинится на $2\frac{n_1\times n_2}{n_1+n_2}-n_2=\frac{n_1n_2-n_2^2}{n_1+n_2}$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Рассуждения доведены до описания замены шин на половине пути - 1 балл. Составлена верная математическая модель к задаче (при этом полный износ шины может не быть принят за 1) - 2 балла. Продвижение в работе с моделью может быть оценено 1 или 2 баллами в дополнение к исходным 2 баллам, полученным за модель. Верное решение -7 баллов.