

Муниципальный этап ВсОШ 2020-2021. 10 КЛАСС

Продолжительность — 4 часа (240 минут).

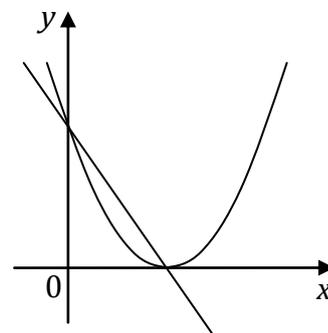
В каждой задаче требуется предъявить развернутое решение.

10.1. Каждую секунду компьютер выводит на экран число, равное сумме цифр предыдущего, умноженной на 31. На первой секунде было выведено число 2020. Какое число будет выведено на экран на 2020-й секунде?

10.2. На доске выписаны два целых числа, сумма которых равна N . Таня, верно поняв задание учителя, правильно умножила левое число на целое число A , а правое – на целое число B , и обнаружила, что сумма полученных произведений делится на N . Вася же всё перепутал и умножил левое число на B , а правое – на A , но утверждает, что сумма полученных им произведений также делится на N . Не ошибается ли Вася?

10.3. Две окружности ω_1 и ω_2 с центрами в точках O_1 и O_2 пересекаются в точках P и Q , причем O_1P и O_1Q являются касательными к окружности ω_2 . Прямая, проведенная через точку P вторично пересекает окружности в точках A и B . Докажите, что AQ и BQ перпендикулярны.

10.4. На координатной плоскости построены графики линейной и квадратичной функции, как показано на рисунке (одна из точек пересечения находится в вершине параболы), причем прямая $y = kx + b$ проходит через точку $(-1; 2020)$, а коэффициенты a и c параболы $y = a(x - c)^2$ – целые числа. Сколько различных значений может принимать коэффициент k ? Укажите все возможные варианты и объясните, почему других нет.



10.5. В математическом классе учится 24 ученика. Один из них стал недавно победителем математической олимпиады. Каждый из его одноклассников имеет с ним ровно пять общих друзей. Докажите, что в классе есть ученик с нечетным числом друзей.