

Всероссийская олимпиада школьников

муниципальный этап

2020-2021 учебный год

Задачи 10 класс

10.1. Найдутся ли двенадцать различных целых чисел, среди которых ровно шесть простых чисел, ровно девять нечётных чисел, ровно десять неотрицательных чисел и ровно семь чисел больших десяти?

10.2. Докажите, что для любых положительных чисел a и b с $ab = 1$ справедливо неравенство $a^3 + b^3 + 1 \geq 2a + b^2$.

10.3. Целое число 23713 обладает следующими двумя свойствами:

(1) любые две соседние цифры образуют простое двузначное число,

(2) все эти простые двузначные числа попарно различны.

Найдите наибольшее из всех целых чисел со свойствами (1) и (2).

10.4 Найдите наименьшее целое положительное число k , для которого при любой раскраске чисел множества $M = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ в два цвета найдутся десять не обязательно различных чисел одного цвета из множества M , сумма которых также является числом из множества M и того же цвета, что и слагаемые.

10.5. Дан треугольник ABC с $AB = 1$ и углом $ABC = 120^\circ$. На стороне AC отмечена точка T так, что $TC = 1$ и угол $TBA = 90^\circ$. Найдите AT .