

**Всероссийская олимпиада школьников 2020/2021 уч. г.**  
**Муниципальный этап**  
**Математика**  
**10 класс**

Общее время выполнения работы – 4 часа 00 минут (240 минут).

**Максимальная сумма баллов 35.**

Во время Олимпиады участники не имеют права общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории; не вправе пользоваться справочными материалами, средствами связи и электронно-вычислительной техникой. При установлении факта нарушения участником Олимпиады Порядка или использования во время тура запрещенных источников информации решением Оргкомитета такой участник лишается возможности дальнейшего участия в Олимпиаде.

**Задание 10.1**

Для всех действительных  $x$  и  $y$  выполняется равенство  $f(x^2 + y) = f(x) + f(y^2)$ . Найдите  $f(-1)$ .

**Количество баллов 7**

**Задание 10.2**

Докажите, что если числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  при некоторых значениях  $p$  и  $q$  являются решениями системы

$$y = x^2 + px + q, z = y^2 + py + q, x = z^2 + pz + q,$$

то выполнено неравенство  $x^2y + y^2z + z^2x \geq x^2z + y^2x + z^2y$ .

**Количество баллов 7**

**Задание 10.3**

Ненулевые числа  $a$  и  $b$  удовлетворяют равенству  $a^2b^2(a^2b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6)$ . Докажите, что хотя бы одно из них иррационально.

**Количество баллов 7**

**Задание 10.4**

В треугольнике  $ABC$  проведены высота  $BH$  и медианы  $AM$  и  $CK$ . Докажите, что треугольники  $KHM$  и  $ABC$  подобны.

**Количество баллов 7**

**Задание 10.5**

Бригада рабочих делает ремонт в квартире. Чтобы не испортить пол в комнате (клетчатый квадрат размером  $4 \times 4$ ), они расстелили 13 двухклеточных ковриков по линиям сетки.

Внезапно оказалось, что один коврики понадобился в другой комнате. Докажите, что рабочие смогут его выбрать так, чтобы ремонт в квартире можно было продолжать, не испортив пол.

**Количество баллов 7**