

**Муниципальная олимпиада школьников
по математике для 10 класса
2020-2021 гг.**

Уважаемые ребята!

На выполнение работы отводится 4 часа (240 минут).

Вам предстоит выполнить 5 заданий. Максимальное количество баллов, которое можно набрать - 35. Если задание выполнено не полностью, то количество набранных баллов уменьшается.

Желаем успеха!

10 класс

Задача 10.1 (7 баллов)

Десятичная запись числа K состоит из 2019 единиц и 2020 нулей, записанных в каком-то порядке. Может ли число K быть точным квадратом?

(слова «десятичная запись», означают что число записано в нашей обычной десятичной системе счисления, а не в двоичной или какой-нибудь ещё)

Задача 10.2 (7 баллов)

Вася, Петя и еще 2020 человек встали в круг, при этом Вася и Петя находятся не рядом. После этого Вася выбирает любого из двух своих соседей и «пятнает» его (хлопает по плечу). Потом это делает Петя, потом снова Вася и т.д. Тот, кого запятнали, выходит из круга (и круг сужается). Тот из двух игроков, который запятнает другого, выигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

Задача 10.3 (7 баллов)

В противоположных углах клетчатой таблицы 2020×2021 сидят два кузнечика. За каждый ход они одновременно перепрыгивают через сторону на соседнюю клетку. Смогут ли кузнечики когда-нибудь оказаться в одной клетке?

Задача 10.4 (7 баллов)

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники AA_1C и CC_1A , равны. Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.

Задача 10.5 (7 баллов)

Пусть $A = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $B = a_2x^2 + b_2x + c_2$ – квадратные трёхчлены, имеющие корни. Известно, что $A - B$ – корней не имеет. Докажите, что $A + B$ имеет корни.