

**Муниципальная олимпиада школьников  
по математике для 10 класса  
2020-2021 гг.**

**Уважаемые ребята!**

На выполнение работы отводится 4 часа (240 минут).

Вам предстоит выполнить 5 заданий. Максимальное количество баллов, которое можно набрать - 35. Если задание выполнено не полностью, то количество набранных баллов уменьшается.

**Желаем успеха!**

**10 класс**

**Задача 10.1 (7 баллов)**

Десятичная запись числа  $K$  состоит из 2019 единиц и 2020 нулей, записанных в каком-то порядке. Может ли число  $K$  быть точным квадратом?

(слова «десятичная запись», означают что число записано в нашей обычной десятичной системе счисления, а не в двоичной или какой-нибудь ещё)

**Задача 10.2 (7 баллов)**

Вася, Петя и еще 2020 человек встали в круг, при этом Вася и Петя находятся не рядом. После этого Вася выбирает любого из двух своих соседей и «пятнает» его (хлопает по плечу). Потом это делает Петя, потом снова Вася и т.д. Тот, кого запятнали, выходит из круга (и круг сужается). Тот из двух игроков, который запятнает другого, выигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

**Задача 10.3 (7 баллов)**

В противоположных углах клетчатой таблицы  $2020 \times 2021$  сидят два кузнечика. За каждый ход они одновременно перепрыгивают через сторону на соседнюю клетку. Смогут ли кузнечики когда-нибудь оказаться в одной клетке?

**Задача 10.4 (7 баллов)**

В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$  и  $CC_1$ . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники  $AA_1C$  и  $CC_1A$ , равны. Доказать, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

**Задача 10.5 (7 баллов)**

Пусть  $A = a_1x^2 + b_1x + c_1$  и  $B = a_2x^2 + b_2x + c_2$  – квадратные трёхчлены, имеющие корни. Известно, что  $A - B$  – корней не имеет. Докажите, что  $A + B$  имеет корни.