

шифр

Олимпиадная работа по математике

(муниципальный этап)

2020– 2021 учебного года

ученика (цы) _____ класса

(наименование ОУ)

(город, район)

(фамилия, имя, отчество в родительном падеже)

К олимпиаде подготовил (а)

(фамилия, имя, отчество учителя)

Внимание: фамилия, имя и отчество ученика и подготовившего к олимпиаде учителя пишется полностью и разборчиво (при неразборчивом почерке – печатными буквами).

10-й класс

10.1 $f(x) = kx + \ell$, $k \neq 0$. Докажите, что если $\ell < -\frac{k^2}{4}$, то графики функций $y = f(f(x))$ и $y = f^2(x)$ не пересекаются.

10.2 Докажите, что если a, b, c – попарно различные числа, то система уравнений

$$\begin{cases} x^3 - ax^2 + b^3 = 0, \\ x^3 - bx^2 + c^3 = 0, \\ x^3 - cx^2 + a^3 = 0 \end{cases}$$

не имеет решений.

10.3 Докажите, что если внутри треугольника ABC найдется точка D , для которой $AD = AB$, то $AB < AC$.

10.4 Дано десять различных целых чисел. Для каждой двух чисел подсчитали их разность (большее минус меньшее). Среди этих разностей оказалось ровно 44 различных. Докажите, что одно из исходных десяти чисел равно полусумме двух других.

10.5 Для неотрицательных чисел x, y докажите неравенство

$$x^2 + xy + y^2 \leq 3(x - \sqrt{xy} + y)^2.$$