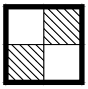
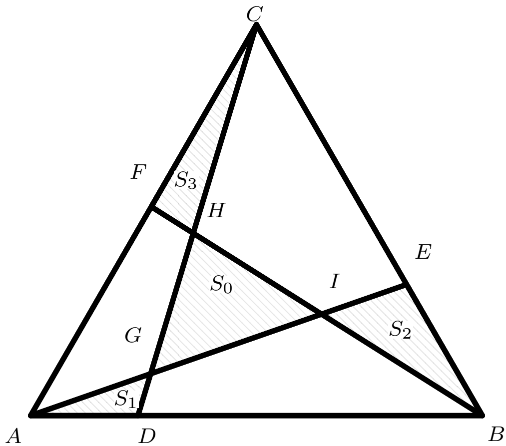
10 класс

Продолжительность олимпиады — 4 часа

1. Даны два отрезка длины 1 и $\sqrt{2}+\sqrt{5}$. Можно ли с помощью циркуля и линейки без делений построить отрезок длины $\sqrt{6}$?



2. Дана клетчатая доска 7×6. Нёд — фигура из двух клеток, имеющих одну общую вершину (на рисунке два нёда — белый и заштрихованный). Какое максимальное количество нёдов по непересекающимся клеткам можно вырезать из этой доски?



3. В правильном треугольнике ABC проведены отрезки AE, BF, CD так, как показано на рисунке. Площади заштрихованных треугольников равны S_0, S_1, S_2, S_3, причем $S_0 = S_1 + S_2 + S_3$, $S = 5S_0$, где S — площадь треугольника ABC. Докажите, что $BC = BE + CF + AD$.

4. Функция $f(x)$ такова, что для всех значений x выполняется равенство $f(x+1) - f(x) = x + 1$. Известно, что $f(0) = 4$. Найдите $f(62)$.

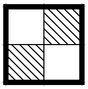
5. Прибор должен из многочлена $2020x^4 + x + 1$, меняя его коэффициенты, получить за несколько шагов многочлен $x^4 + 2020x + 1$ так, чтобы ни на одном из шагов не получался многочлен с целыми корнями. Сумеет ли этот прибор выполнить преобразования, если он умеет делать за один шаг только одну из двух операций: **1)** изменять (увеличить или уменьшить) на 1 какой-либо один (на каждом шаге любой) коэффициент многочлена; **2)** изменять одновременно на единицу какие-либо два (на каждом шаге любые) коэффициента многочлена?

По окончании написания олимпиады листочек с заданиями ***можно забрать с собой!***

10 класс

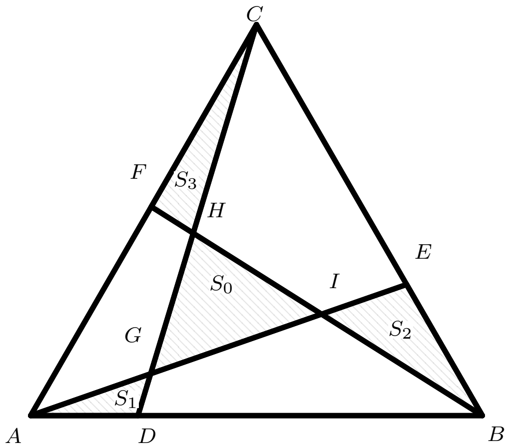
Продолжительность олимпиады — 4 часа

1. Даны два отрезка длины 1 и $\sqrt{2}+\sqrt{5}$. Можно ли с помощью циркуля и линейки без делений построить отрезок длины $\sqrt{6}$?



2. Дана клетчатая доска 7×6. Нёд — фигура из двух клеток, имеющих одну общую вершину (на рисунке два нёда — белый и заштрихованный). Какое максимальное количество нёдов по непересекающимся клеткам можно вырезать из этой доски?

3. В правильном треугольнике ABC проведены отрезки AE, BF, CD так, как показано на рисунке. Площади заштрихованных треугольников равны S_0, S_1, S_2, S_3, причем $S_0 = S_1 + S_2 + S_3$, $S = 5S_0$, где S — площадь треугольника ABC. Докажите, что $BC = BE + CF + AD$.



4. Функция $f(x)$ такова, что для всех значений x выполняется равенство $f(x+1) - f(x) = x + 1$. Известно, что $f(0) = 4$. Найдите $f(62)$.

5. Прибор должен из многочлена $2020x^4 + x + 1$, меняя его коэффициенты, получить за несколько шагов многочлен $x^4 + 2020x + 1$ так, чтобы ни на одном из шагов не получался многочлен с целыми корнями. Сумеет ли этот прибор выполнить преобразования, если он умеет делать за один шаг только одну из двух операций: **1)** изменять (увеличить или уменьшить) на 1 какой-либо один (на каждом шаге любой) коэффициент многочлена; **2)** изменять одновременно на единицу какие-либо два (на каждом шаге любые) коэффициента многочлена?

По окончании написания олимпиады листочек с заданиями
можно забрать с собой!