

Всероссийская олимпиада школьников
муниципальный этап
2020-2021 учебный год

Задачи 11 класс

- 11.1.** Докажите, что найдутся не менее 2020 различных целых положительных чисел n , что число $n+0,25$ является квадратом некоторого рационального числа.
- 11.2.** Докажите, что если сумма попарно различных положительных чисел x, y, z, t равна 1, то хотя бы одно из чисел $\sqrt{x}+\sqrt{y}$, $\sqrt{x}+\sqrt{z}$, $\sqrt{x}+t$, $\sqrt{y}+\sqrt{z}$, $\sqrt{y}+\sqrt{t}$, $\sqrt{z}+\sqrt{t}$ больше 1.
- 11.3.** Докажите, что дробь $\frac{m(n+1)+1}{m(n+1)-n}$ несократима для всех натуральных значений n и m .
- 11.4.** В выпуклом четырёхугольнике $ABCT$ $AB = BC$ и $AT = TC$. На диагонали BT отмечена точка P . Прямая, проходящая через P параллельно BC , пересекает прямую AT в точке M . Прямая, проходящая через P параллельно CT , пересекает прямую AB в точке K . Докажите, что треугольники PTK и PVM имеют равные площади.
- 11.5** Числа $1, 2, 3, \dots, 46$ разбиты на три группы. Докажите, что хотя бы в одной из групп найдутся два числа, разность которых равна квадрату некоторого целого числа.