

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике
2020-2021 учебный год**

11 класс

1. Корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ равны $\sin 42^\circ$ и $\sin 48^\circ$. Докажите, что $b^2 = a^2 + 2ac$.
2. Вдоль кругового шоссе построено 30 домов высотой 1, 2, 3, ..., 30 этажей (ровно по одному дому каждой высоты). Назовем дом интересным, если он выше одного из соседних с ним домов, но ниже другого. Оказалось, что среди этих домов ровно 10 интересных. Докажите, что суммарная высота интересных домов не может быть равна 64 этажам.
3. Дана возрастающая положительная геометрическая прогрессия b_n . Известно, что $b_4 + b_3 - b_2 - b_1 = 5$. Докажите, что $b_6 + b_5 \geq 20$.
4. В треугольнике ABC точки M и N – середины сторон AC и BC соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника AMN является точкой пересечения высот треугольника ABC . Найдите угол ABC .
5. Докажите, что число $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} + \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ чётно при любом натуральном n . ($\lfloor x \rfloor$ – целая часть x , то есть наибольшее целое, не превосходящее x .)