

## 11 класс

## Продолжительность олимпиады — 4 часа

1. Разобьём ряд натуральных чисел на группы:

$$(1), (2, 3), (4, 5, 6) (7, 8, 9, 10), \dots$$

Обозначим  $S_n$  сумму  $n$ -ой группы чисел. Найдите  $S_{16} - S_4 - S_1$ .

2. Докажите, что если при любом значении  $x$  и постоянном  $c$  имеет место равенство  $f(x+c) = \frac{2}{1+f(x)} - 1$ , то  $f(x)$  — периодическая функция.

3. Хорда  $AB$  окружности радиуса  $R$  продолжена на отрезок  $BC = AB$ , точка  $C$  соединена отрезком с центром окружности  $O$ , причем  $CO$  пересекает окружность в точке  $D$ . Доказать, что  $CD = 4R \sin 18^\circ$ , если известно, что на  $AB$  можно построить квадрат, вписанный в данную окружность.

4. Найдите все решения уравнения  $x^2 - 12 \cdot [x] + 20 = 0$ , где  $[x]$  — наибольшее целое, не превосходящее  $x$ .

5. В каждую ячейку таблицы  $6 \times 6$  поместили числа  $+1$  или  $-1$  так, что произведение всех чисел любой строки и любого столбца является положительным. Сколькими способами это можно сделать?

*По окончании написания олимпиады листочек с заданиями  
можно забрать с собой!*

## 11 класс

## Продолжительность олимпиады — 4 часа

1. Разобьём ряд натуральных чисел на группы:

$$(1), (2, 3), (4, 5, 6) (7, 8, 9, 10), \dots$$

Обозначим  $S_n$  сумму  $n$ -ой группы чисел. Найдите  $S_{16} - S_4 - S_1$ .

2. Докажите, что если при любом значении  $x$  и постоянном  $c$  имеет место равенство  $f(x+c) = \frac{2}{1+f(x)} - 1$ , то  $f(x)$  — периодическая функция.

3. Хорда  $AB$  окружности радиуса  $R$  продолжена на отрезок  $BC = AB$ , точка  $C$  соединена отрезком с центром окружности  $O$ , причем  $CO$  пересекает окружность в точке  $D$ . Доказать, что  $CD = 4R \sin 18^\circ$ , если известно, что на  $AB$  можно построить квадрат, вписанный в данную окружность.

4. Найдите все решения уравнения  $x^2 - 12 \cdot [x] + 20 = 0$ , где  $[x]$  — наибольшее целое, не превосходящее  $x$ .

5. В каждую ячейку таблицы  $6 \times 6$  поместили числа  $+1$  или  $-1$  так, что произведение всех чисел любой строки и любого столбца является положительным. Сколькими способами это можно сделать?

*По окончании написания олимпиады листочек с заданиями  
можно забрать с собой!*