

11 класс

11.1. Докажите, что для любого многочлена $f(x)$ с целыми коэффициентами и целых a и b число $f(a - \sqrt{b}) + f(a + \sqrt{b})$ является целым.

11.2. Докажите, что для целых a, b, c, d произведение $A = (b - a)(c - a)(d - a)(b - c)(d - c)(d - b)$ кратно 12.

11.3. Решите уравнение $\sqrt{2x-1} + \sqrt[3]{x} = \sqrt[4]{17-x}$.

11.4. Развертка боковой поверхности прямого кругового конуса есть круг радиуса R , из которого удален сектор, соответствующий центральному углу $(2 - \sqrt{3})\pi$. Найдите максимальное значение площади плоского сечения конуса, проходящего через его вершину

11.5. Варя и Мирон играют в следующую игру. На столе лежит куча из n камней. Игроки делают ходы поочередно, а начинает Варя. Делая ход, играющий делит любую кучку, в которой больше одного камня, на несколько равных кучек. Побеждает тот игрок, у которого нет возможности сделать ход (перед его ходом в каждой кучке ровно по одному камню). При каких значениях n победит Варя, а при каких Мирон, если оба игрока будут играть наилучшим образом?