

**Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по
математике 2020-2021 учебный год
11 класс**

Продолжительность олимпиады: 240 минут. Максимальное возможное количество баллов: 35

Задача 1 (7 баллов).

Лабиринт представляет собой квадрат 8×8 , в каждой клетке 1×1 которого нарисована одна из четырёх стрелок (вверх, вниз, вправо, влево). Верхняя сторона правой верхней клетки – выход из лабиринта. В левой нижней клетке находится фишка, которая каждым своим ходом перемещается на одну клетку в направлении, указанном стрелкой. После каждого хода стрелка в клетке, в которой только что была фишка, поворачивается на 90° по часовой стрелке. Если фишка должна сделать ход, выводящий ее за пределы квадрата 8×8 , она остается на месте, а стрелка также поворачивается на 90° по часовой стрелке. Докажите, что рано или поздно фишка выйдет из лабиринта.

Задача 2 (7 баллов).

В прямоугольнике площадью 5 кв. единиц расположены девять прямоугольников, площадь каждого из которых равна единице. Докажите, что площадь общей части некоторых двух прямоугольников больше или равна $1/9$.

Задача 3 (7 баллов).

Две окружности касаются друг друга внешним образом и третьей изнутри. Проводятся внешняя и внутренняя общие касательные к первым двум окружностям. Доказать, что внутренняя касательная делит пополам дугу, отсекаемую внешней касательной на третьей окружности.

Задача 4 (7 баллов).

Развёртка боковой поверхности конуса представляет собой сектор с углом в 120° ; в конус вписана треугольная пирамида, углы основания которой составляют арифметическую прогрессию с разностью 15° . Определить угол наклона к плоскости основания наименьшей из боковых граней.

Задача 5 (7 баллов)

В игре «Дротики» есть 20 наружных секторов, пронумерованных от 1 до 20 и два центральных сектора. При попадании в наружный сектор игрок получает количество очков, совпадающее с номером сектора, а за попадание в центральный сектора он получает 25 или 50 очков соответственно. В каждом из наружных секторов есть области удвоения и утроения, которые, соответственно, удваивают или утраивают номинал сектора. Так, например, попадание в сектор 10 (не в зоны удвоения и утроения) дает 10 очков, в зону удвоения сектора — 20 очков, в зону утроения — 30 очков. С помощью какого наименьшего количества бросков, игрок может набрать ровно 947 очков?