Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2020-21 учебный год

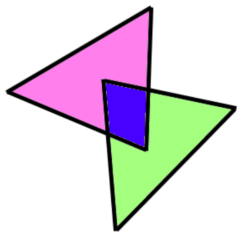
7 класс

Время выполнения заданий — 240 минут **Максимальный балл – 100**

В каждой из предложенных вам задач нужно ***написать правильный ответ****. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример.* ***Никаких решений задач писать не нужно! Условия задач можно оставить себе.*** *Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.*

Задача 1. Расставьте в ряд числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы сумма первых пяти чисел равнялась 25, сумма последних пяти чисел равнялась 25 и сумма пяти чисел в середине (от третьего до седьмого), тоже равнялась 25.

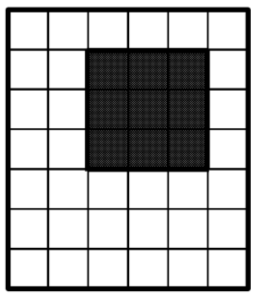
Задача 2. На футбольный матч пришло некоторое количество зрителей. На следующий матч через неделю по рекомендации Роспотребнадзора было продано вдвое меньше билетов. А еще через неделю на третий матч было продано еще втрое меньше билетов, чем на второй. Всего за три матча на стадионе было 15000 зрителей. Сколько зрителей было на втором матче?

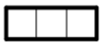


Задача 3. Айрат нарисовал два треугольника. Получилась фигура, состоящая из трех частей (см. рисунок). Потом он нарисовал на другом листе два прямоугольника. Какое наибольшее количество частей может оказаться во второй фигуре?

Задача 4. Среднее арифметическое чисел 10, 11, x, y и z равно 24. Чему равно среднее арифметическое чисел x, y и z?

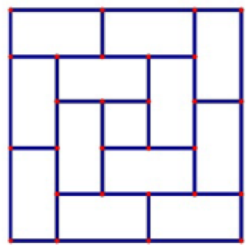
Задача 5. Одна скамейка в школьном спортзале может вместить ровно 11 первоклассников или ровно 7 десятиклассников. Когда N скамеек поставили в ряд, на них смогло разместиться поровну первоклассников и десятиклассников. Чему равно наименьшее возможное значение числа N?



Задача 6. Фигуру с дыркой на картинке разрезали по клеточкам на фигурки вида  и  (необязательно оба вида фигурок должны присутствовать). Какое а) наибольшее; б) наименьшее количество фигурок вида могло оказаться? *Ответ оформить в виде «а) 100, б) 200».*

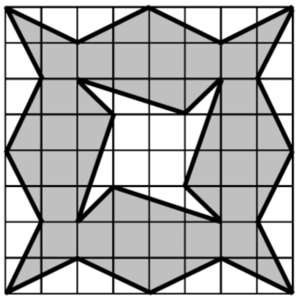
Задача 7. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 1 6 1 1 2 0 2 0 знаки арифметических действий («+», «–», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 53. Можно использовать скобки.

Задача 8. Вычислите $$\left(\frac{3\frac{4}{7}+2\frac{1}{11}}{5\frac{8}{13}-1\frac{8}{9}}\right)\times\left(\frac{\frac{4}{9}+\frac{7}{13}}{\frac{3}{7}-\frac{4}{11}}\right).$$



Задача 9. Сколько всего прямоугольников изображено на рисунке справа?

Задача 10. В бочке находится 30 литров смеси, содержащей 20% красных чернил и 30% желтых чернил. Остальной объем занимает вода. В бочку долили некоторое количество желтых чернил и некоторое количество красных чернил. После этого красные чернила стали занимать 48% объема бочки, а желтые — в полтора раза меньше, чем красные. Сколько литров красных чернил долили в бочку?



Задача 11. Найдите площадь закрашенной фигуры. Площадь одной клетки равна 1.

Задача 12. Придумайте какое-нибудь четырехзначное число, в записи которого нет нулей, такое, что если к нему прибавить произведение всех его цифр, то получится число с таким же произведением цифр.

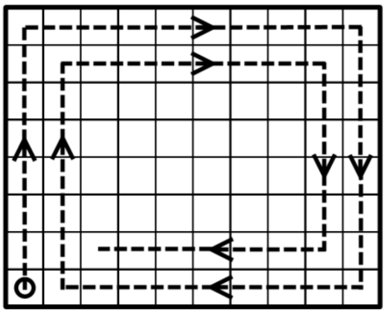
Задача 13. Натуральные числа a и b таковы, что $21a+19b=388$. Чему может равняться число $21b+19a$? Укажите все возможные ответы.

	1		
			2
3			
		3	

Задача 14. В пустые ячейки квадрата 4×4 нужно вписать числа от 1 до 4 так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждой вертикальной колонке и в каждом из четырех выделенных квадратов 2×2 каждое число встречалось ровно по одному разу. Некоторые числа уже расставлены. В ответ нужно записать сумму четырех чисел, стоящих на диагонали, идущей из левого нижнего угла в правый верхний.

Задача 15. Чему равно значение выражения $1+2+3–4+5+6+7–8+…+97+98+99–100$ (после каждых трех операций сложения идет одно вычитание)?

Задача 16. Четыре рыболова решили купить лодку. Первый внес 1/2 суммы, внесенной остальными, второй внес 1/3 суммы, внесенной остальными, третий внес 1/4 суммы, внесенной остальными, а четвертый внес 5850 рублей. Сколько денег внес второй рыболов?



Задача 17. Жук ползает по клеткам прямоугольника размером 49×70 (49 строк и 70 столбцов). Он начинает в левом нижнем углу, ползет вверх до упора, потом поворачивает направо, ползет вправо до упора, и так далее. При этом, когда он доходит до клетки, в которой уже побывал, он не идет в нее, а поворачивает направо. На рисунке изображено начала его маршрута. Когда ему некуда будет ползти, жук останавливается. В какой клетке он остановится? В ответе напишите а) номер ее строки, считая **снизу вверх**; б) номер ее столбца, считая **слева направо**. *Ответ оформить в виде «а) 100, б) 200».*

Задача 18. Пять человек, каждый из которых либо рыцарь (говорит только правду), либо лжец (всегда лжет), высказали следующие утверждения. Первый: «Среди второго и третьего ровно один лжец». Второй: «Среди третьего и четвертого ровно один лжец». Третий: «Среди четвертого и пятого ровно один лжец». Четвертый: «Среди пятого и первого ровно один лжец». Пятый: «Первый и второй — оба лжецы». Кто из них лжецы? Укажите всех.

Задача 19. Сколько целых чисел от 1 до 9999 содержат в своей записи ровно две цифры 0?

Задача 20. Про натуральные числа n и k, не превосходящие 1000, известно, что n^2 делится на k, а k^2 делится на n. Найти наибольшее возможное значение дроби n/k.