

## Муниципальный этап ВсОШ 2020-2021. 8 КЛАСС

Продолжительность — 4 часа (240 минут).

В каждой задаче требуется предъявить развернутое решение.

**8.1.** На доске записаны три натуральных числа. Таня посчитала произведение чисел, записанных на доске, и получила число, оканчивающееся на 1010. А Ваня посчитал их сумму и получил число 9999. Не ошибся ли Ваня?

**8.2.** За столом по кругу сидят 7 аборигенов: рыцари, лжецы и зануды (хотя бы один представитель каждого племени за столом есть). Рыцарь всегда говорит правду, лжец – всегда лжет. Зануда лжет, если рядом с ним сидит хотя бы один рыцарь, а в остальных случаях говорит что угодно.

Сколько за столом могло оказаться зануд, если на вопрос «Кто твои соседи?» каждый ответил «Оба моих соседа – зануды». Приведите все возможные варианты и объясните, почему других нет.

**8.3.** Известно, что и КРУГ, и КУБ являются кубами некоторых чисел. Найдите все возможные значения чисел КРУГ и КУБ. Перечислите их все и объясните, почему других нет. (Одинаковые цифры заменены одинаковыми буквами, разные цифры — разными буквами.)

**8.4.** В четырехугольнике  $ABCD$ , в котором  $\angle A = \angle D$ , провели серединные перпендикуляры к сторонам  $AB$  и  $CD$ . Оказалось, что они пересеклись на стороне  $AD$ . Докажите, что диагонали четырехугольника  $ABCD$  равны.

**8.5.** Группа детей после муниципального этапа по математике, выстроилась в круг, обсуждая решенные задачи. При этом оказалось, что в круге стоит ровно 20 будущих призеров и ровно 25 будущих победителей муниципального этапа таких, что у каждого хотя бы один из соседей — это участник, не попавший ни в призеры, ни в победители. Докажите, что рядом с кем-то стоят два участника, не попавших ни в призеры, ни в победители.