

Всероссийская олимпиада школьников
муниципальный этап
2020-2021 учебный год

Задачи 9 класс

9.1. Найдутся ли двенадцать различных целых чисел, среди которых ровно шесть простых чисел, ровно девять нечётных чисел, ровно десять неотрицательных чисел и ровно семь чисел больших десяти?

9.2. Тоша едет из пункта А в пункт В через пункт С. От А до С Тоша едет со средней скоростью 75 км/ч, а от С до В Тоша едет со средней скоростью 145 км/ч. При этом на весь путь от А до В у Тоши ушло 4 часа 48 минут. На следующий день Тоша едет обратно со средней скоростью 100 км/ч. При этом на путь от В до С у Тоши ушло 2 часа, а путь из С в А Тоша проехал со средней скоростью 70 км/ч. Найдите расстояние между В и С.

9.3. Докажите, что для любых положительных чисел a и b с $ab = 1$ справедливо неравенство

$$a^3 + b^3 + 1 \geq 2a + b^2 .$$

9.4. Внутри угла АОВ отмечена точка С так, что $\angle OCA = \angle OCB = 90^\circ - \angle AOB$. Точки Р и Т симметричны точке С относительно прямых ОА и ОВ соответственно. Докажите, что точки Р, Т, А и В лежат на одной прямой.

9.5 На доске 20×15 клеток у некоторых клетках помещаются фишки (в каждой клетке не более одной фишки). Две фишки назовем «связными», если они расположены в одном столбце или в одной строке, и между ними нет других фишек. Какое наибольшее количество фишек можно расставить на доске так, чтобы у каждой было не больше двух «связных» для нее фишек?