Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап 2020–2021 уч. г.
9 класс

9.1. Существуют ли такие три положительных числа a, b, c, что каждый из трех квадратных трехчленов ax^2+bx+c, bx^2+cx+a, cx^2+ax+b имеет хотя бы один корень?

9.2. Числа a, b, c удовлетворяют соотношению $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$. Найдите $(a+b)(b+c)(a+c)$.

9.3. Из натуральных чисел 1, 2, …, 101 выбирают группу чисел так, чтобы наибольший общий делитель любых двух чисел из группы был больше двух. Каким может быть наибольшее количество чисел в такой группе?

9.4. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M. Оказалось, что $AB=DM$ и $\angle ABD=\angle CBD$. Докажите, что **а**) $\angle BAD>60^\circ$; **б**) $AB>BC$.

9.5. На плоскости расположено 99 отрезков и отмечены все точки их пересечения. Могло ли оказаться так, что **а)** на любом отрезке ровно три отмеченных точки? **б)** каждый отрезок пересекается ровно с тремя другими отрезками?