

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике**

2020/21 учебный год

9 класс

Дорогой друг! Желаем успеха!

Инструкция для учащихся

Олимпиада по математике состоит из 6 заданий. На выполнение Олимпиады отводится 4 астрономических часа. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение задания необходимо расписать подробно. Задания можно выполнять по своему усмотрению. Если задание не удаётся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Калькулятором, справочной литературой пользоваться нельзя!

Задания (максимальный балл за всю работу – 42)

1. Докажите, что для любой возрастающей линейной функции $f(x)$ найдётся такая возрастающая линейная функция $g(x)$, что $f(x) = g(g(x))$.
2. Гонцу надо пробежать 24 мили. Две трети этого расстояния он бежал со средней скоростью 8 миль в час. Сможет ли он, увеличив скорость, пробежать остаток пути так, чтобы его средняя скорость на всём пути равнялась 12 миль в час?
3. Даны два треугольника. Сумма двух углов первого равна некоторому углу второго. Сумма другой пары углов первого также равна некоторому углу второго. Докажите, что первый треугольник – равнобедренный.
4. Квадрат натурального числа a при делении на натуральное число n даёт в остатке 8. Куб числа a при делении на n даёт в остатке 25. Найдите n .
5. На продолжении стороны AD вписанного четырехугольника $ABCD$ за точку D отмечена точка E , такая, что $AC = CE$ и $\angle BDC = \angle DEC$. Докажите, что $AB = DE$.
6. На столе лежит 2001 монета. Двое играют в следующую игру. Ходят по очереди. За ход первый может взять со стола любое нечётное число монет от 1 до 99, второй – любое чётное число монет от 2 до 100.

Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? Ответ обоснуйте.