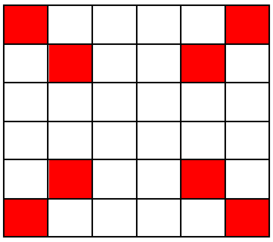
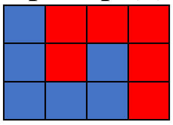
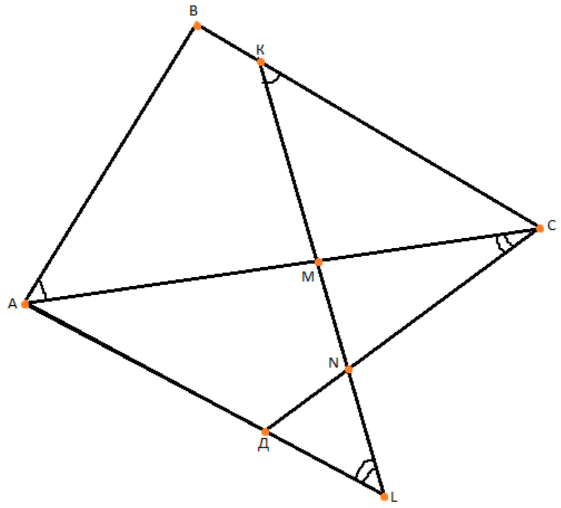
8 класс

1. **Ответ:** скорость течения реки равна 6 км/ч. Заметим, что оба катера одновременно стартуют и пунктов A и B, и одновременно достигают места встречи (что логично=)). То есть отношение пройденных расстояний равна отношению скоростей катеров. Далее с места встречи катера отходят одновременно и доходят пунктов A и B также одновременно. То есть тут также отношение пройденных расстояний равна отношению скоростей катеров. Но так как пройденные расстояния до места встречи и от места встречи есть одно и то же, то выходит равенство отношений скоростей
$$\frac{15+x}{20-x}=\frac{S_1}{S_2}=\frac{15-x}{x},$$
Где x – скорость течения реки, S_1 – расстояние, пройденное первым катером до места встречи, S_2 – расстояние, пройденное вторым катером до места встречи. Откуда получаем $(15+x)\cdot x=(15-x)(20-x)$, далее раскрывая скобки получается $15x+x^2=300-35x+x^2$. Откуда $50x=300$ или $x=6$.
Критерии: верно составленное уравнение движения для одного катера – 1 балл,
2. **Ответ:** $\mathbf{1305 = 729 + 576 = 9 + 1296.}$ Заметим, что один из этих двух делителей — нечетное число. Но если разложить по простым делителям $46656 = 3^6\cdot 2^6$, то увидим, что у этого числа всего семь нечетных делителей — $1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$. Перебирая эти делители, находим ответ.
Критерии: Замечено, что один из делителей нечетное число – 2 балла. Потеряна одна пара решения – не больше 5 баллов. Подобранный ответ без обоснования – 1 балл.
3. **Ответ: квадрат 12×12.** Фигура состоит из 6 клеток, а значит квадрат, составленный из таких фигурок будет состоять из количества клеток, делящихся на 6. Наименьший такой квадрат будет 6×6. Допустим его можно каким-то образом разбить на шесть данных фигурок. Рассмотрим в таком квадрате следующие отмеченные клетки. Заметим, что никакие две отмеченные клетки не могут лежать внутри одной фигуры. Значит, чтобы покрыть эти 8 отмеченных клеток понадобится хотя бы 8 фигурок. Противоречие.

Пример: Для квадрата 12×12 пример можно построить, например, таким образом

Из 12 таких прямоугольников легко собрать нужный квадрат.
Критерии: показано, что сторона квадрата кратна 6 – 2 балла. Пример для 12х12 – 3 балла. Обоснованно исключен вариант квадрата 6х6 – 2 балла.

4. Обозначим M – как точку пересечения LK и AC, а N – как точку пересечения LK и CD. Далее заметим, что треугольники ABC и KMC подобны (∠ACB – общий, ∠LKC = ∠CAB), а также подобны треугольники ADC и AML (∠CAD – общий, ∠ACD = ∠MLA). Кроме того ∠AML=∠CMK (вертикальные). Тогда ∠ABC=∠CMK=∠AML=∠ADC. Чтд.
Критерии:



5. **Ответ: нельзя.** Заметим, что каждый ход изменяет четность количества камней во всех кучах. То есть если рассматривать кучу в 2021 камень и кучу в 2022 камня, изначально в них количество камней разной четности. А каждый последующий ход этого менять не будет. Значит равенства количества камней в этих кучах достигнуть не удастся.
Критерии: только ответ без обоснования – 0 баллов.