

**10.1. Ответ. Такого числа найти нельзя.**

Решение.

Предположим, что такое число существует. Так как остатки при делении на 8 цифр различные числа от 1 до 8, то цифры и восьмизначного числа различные. Далее, если число даёт остаток 8 при делении на цифру, то эта цифра 9. Значит, последняя цифра числа равна 9. Аналогично, если число даёт остаток 7 при делении на цифру, эта цифра 8 или 9. Но 9 уже стоит на последнем месте; поэтому предпоследняя цифра – 8. Рассуждая аналогично, получим, что наше число должно быть равно только 23456789. Однако это число, например, при делении на третью цифру (4) даёт остаток 1, а не 3. Замечание. Также число 23456789 даёт остаток 5 (а не 7) при делении на 8.

**10.2. Ответ: 128 или 384.**

Решение.

$$\frac{b_1+b_2+b_3+b_4}{4} = 15,$$

$$\frac{b_3+b_4+b_5+b_6}{4} = 60$$

$b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = b_1q^2 + b_2q^2 + b_3q^2 + b_4q^2 = (b_1 + b_2 + b_3 + b_4)q^2$ , где  $q$  – знаменатель прогрессии, т.е.  $60 = 15 \cdot q^2$ ,  $q = \pm 2$

Из равенства

$$\frac{b_1+b_1q+b_1q^2+b_1q^3}{4} = 15 \text{ следует,}$$

что  $b_1(1+q+q^2+q^3) = 60$ ,

значит, при  $q = 2$ ,  $b_1 = \frac{60}{1+2+4+8} = 4$ ,

а при  $q = -2$ ,  $b_1 = \frac{60}{1-2+4-8} = -12$ ,

В первом случае  $b_6 = 4 \cdot 2^5 = 4 \cdot 32 = 128$ , во втором  $b_6 = -12 \cdot (-2)^5 = -12 \cdot (-32) = 384$

**10.3. Ответ: 12.**

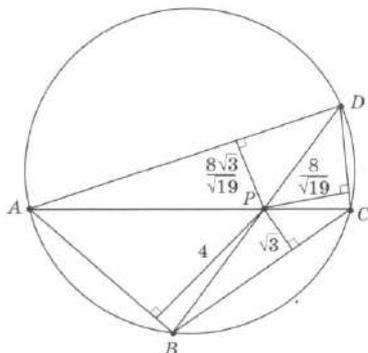
Решение.

Поскольку с момента встречи первых вагонов до момента разъезда пятнадцатых вагонов прошло  $28 + 32 = 60$  с, очередные вагоны с одинаковыми номерами разъезжались через каждые  $60 : 15 = 4$  с. Поэтому через 28с только что разъехались седьмые вагоны поездов, то есть 7-й вагон одного поезда поравнялся с 8 вагоном другого. В этот момент третий вагон, в котором ехал Александр, поравнялся с вагоном  $8 + (7 - 3) = 12$ , в котором ехал Сергей.

**10.4. Ответ: а) AP: PC = 4, б) BD =  $\frac{35}{\sqrt{19}}$ .**

Решение.

а) Так как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны, то  $\angle PBC = \angle PAD$ ,  $\angle PCB = \angle PDA$ .



Следовательно, треугольники PBC и PDA подобны.

Аналогично доказывается, что треугольники ABP и DCP подобны. Соответствующие элементы подобных фигур относятся, как коэффициент подобия. В данном случае в качестве соответствующих элементов выступают высоты, проведённые из вершины P.

Отсюда находим, что коэффициент подобия равен  $k_1 = \frac{\sqrt{19}}{8}$

для первой пары и  $k_2 = \frac{\sqrt{19}}{2}$  для второй пары.

Пусть  $AP = 8x$ . Тогда  $BP = AP \cdot k_1 = x\sqrt{19}$ ;  $CP = \frac{BP}{k_2} = 2x$ ,

$DP = \frac{AP}{k_2} = \frac{16x}{\sqrt{19}}$ . Значит,  $AP : PC = 8x : 2x = 4 : 1$

б) Если  $AC = 10$ , то  $8x + 2x = 10$ ,  $x = 1$ . Следовательно  $BD = BP + DP = \frac{35}{\sqrt{19}}$ .

### 10.5. Ответ: тип В.

Решение.

Покажем, что разность между количеством вирусов двух разных типов будет сохранять свою четность, например, разность между количеством вирусов типов А и С будет четной. Изначально эта разность четна. Если в какой-то момент внедрились друг в друга вирусы типов А и С, то количество вирусов каждого из типов А и С уменьшилось на 1, а разность не изменилась. Если же в какой-то момент внедрились друг в друга вирусы типов А и В, то получился вирус типа С, количество вирусов типа А уменьшилось на 1, а типа С увеличилось на 1 и разность изменилась на 2, т.е. осталась четной. Если в какой-то момент внедрились друг в друга вирусы типов С и В, то разность также изменится на 2, т.е. останется четной. Аналогично показываем, что разность между количеством вирусов типов А и В и разность между количеством вирусов типов С и В будет нечетной.

Если бы в итоге образовался вирус типа А, то разность между количеством вирусов типов А и С будет равна 1 – числу нечетному, а она должна быть четной. Аналогично не мог образоваться и вирус типа С. Поэтому в итоге получится вирус типа В.