

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2021 – 2022 учебный год
Математика
7 класс

Участникам муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике в 2021 – 2022 учебном году предлагается решить **5 задач**.

Задания составлены с учетом школьной программы по принципу «накопленного итога». Они включают как задачи, связанные с теми разделами школьного курса математики, которые изучаются в текущем году, так и задачи по пройденным ранее разделам. Решения задач помимо знания участниками стандартной школьной программы по математике (алгоритмы, теоремы) предполагают владение навыками построения логических конструкций, доказательства цепочек математических утверждений.

Полное верное решение каждой задачи оценивается в **7 баллов**.

Максимальная сумма баллов за решение пяти задач олимпиады составляет **35 баллов**.

Требования к проверке работ:

1) Олимпиада не является контрольной работой и недопустимо снижение оценок по задачам за неаккуратно записанные решения, исправления в работе. В то же время обязательным является снижение оценок за математические, особенно логические ошибки;

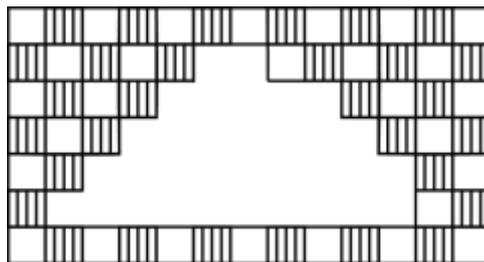
2) Стандартная методика оценивания:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

В комментариях к отдельным задачам, в приведенных ответах и решениях к задачам олимпиады, указаны критерии оценивания (в баллах) некоторых предполагаемых ошибок и частичных продвижений. Работа участника, помимо приведённых, может включать другие содержательные продвижения и ошибки, которые должны быть оценены дополнительно.

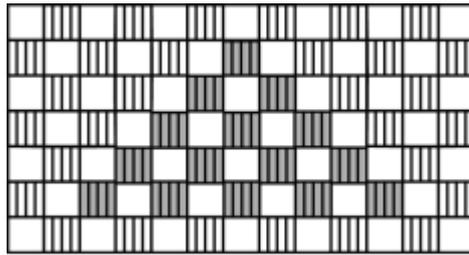
Ответы и решения

7.1. Плитки двух видов были выложены на стене в шахматном порядке. Несколько плиток упали со стены. Оставшиеся плитки изображены на рисунке. Сколько полосатых плиток упало?



Ответ: 15.
Решение.

Способ 1. Дорисуем клеточки и посчитаем.



Способ 2. Посмотрим на число выпавших клеток по рядам: во втором сверху выпало 2 плитки, из них 1 полосатая, в третьем — 5 плиток, из них 2 полосатые, в четвертом — 7 плиток (3 полосатых) и т. д. Всего рядов пять, значит, выпало $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ плиток.

Способ 3. Если бы плитки не выпали, то на исходной картинке в нечётных рядах было бы 6 полосатых, а в чётных 7 полосатых. Вычитаем из каждого ряда имеющиеся полосатые плитки и складываем недостающие в каждом ряду.

$$(6 - 6) + (7 - 6) + (6 - 4) + (7 - 4) + (6 - 2) + (7 - 2) + (6 - 6) = \\ = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 0 = 15.$$

7.2. У 2009 года есть такое свойство: меняя местами цифры числа 2009, нельзя получить меньшее четырёхзначное число (с нуля числа не начинаются). В каком году это свойство впервые повторится снова?

(И. В. Раскина)

Ответ: в 2022 году.

Решение. В 2010, 2011, ..., 2019 годах и в 2021 году в номере года есть единица, и если её поставить на первое место, число заведомо уменьшится. Число 2020 можно уменьшить до 2002. А вот число 2022 нельзя уменьшить, переставляя цифры.

Комментарий.

3 балла. За ответ без обоснования.

7.3. Какой угол образуют стрелки часов в 12 часов 20 минут?

Ответ: 110° .

Решение. В 12:00 стрелки часов сходятся вместе. После этого за 20 минут минутная стрелка проходит $1/3$ окружности, т.е. описывает угол в 120° . Часовая стрелка движется в 12 раз медленнее минутной (т.к. описывает один круг за 12 часов). Поэтому она за 20 минут опишет угол $120^\circ : 12 = 10^\circ$ и будет образовывать с минутной стрелкой угол в $120^\circ - 10^\circ = 110^\circ$.

7.4. Собрались пятеро друзей. Между ними произошел такой разговор. Андрей: "А я секрет знаю!". Боря (Андрею): "Не знаешь!". Витя: "Борис, ты неправ!". Гоша (Вите): "Это ты неправ!". Дима: "Врешь, Гоша!". Известно, что больше половины ребят сказали правду. Знает ли Андрей секрет?

Ответ: Андрей знает секрет.

Решение. Допустим, Андрей солгал. Тогда Боря сказал правду, Витя – неправду, Гоша – правду, Дима – неправду. Получается, что трое из пятерых солгали, что противоречит условию. Если же Андрей сказал правду, то Боря солгал, Витя сказал правду, Гоша солгал, а Дима сказал правду, что соответствует условию. Значит, Андрей знал секрет.

7.5. Дедушка старше внука в 31 раз. Через сколько лет он будет старше внука в 7 раз, если известно, что дедушке больше 50, но меньше 90 лет?

Ответ. Через 8 лет.

Решение. Возраст бабушки делится на 31. Но единственное такое число, большее 50 и меньше 90 — это 62. Значит, бабушке 62 года, а внуку 2 года. Через x лет бабушке будет $x+62$ года, а внуку $x+2$ года. Если при этом он будет старше внука в 7 раз, то $x+62=7(x+2)$, откуда $x=8$.

Комментарий. Написано, что возраст бабушки 62 года — 3 балла.

Интернет-ресурсы: <http://www.problems.ru>, <https://olimpiada.ru>.