

Задания для обучающихся

Время выполнения – 235 минут
Максимальное количество баллов - 35

Написать только ответ — мало!

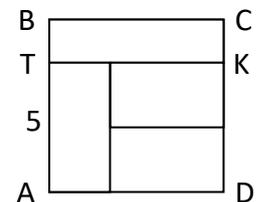
Все ответы нужно объяснить с помощью рассуждений или вычислений!

1. Вместо ромбика и треугольника поставьте такие натуральные числа, чтобы равенство стало верным: $\diamond + \frac{\Delta}{8} = \frac{3}{4}$. *Достаточно привести один пример.*

2. Семь гномов собирают гирлянду для ёлки. Начинает первый гномик, он закручивает одну красную лампочку, затем второй закручивает две оранжевые, третий - три жёлтые, четвёртый - четыре зелёные, пятый - пять голубых, шестой - шесть синих, седьмой - семь фиолетовых, потом первый - одну красную и так далее. Какого цвета будет 2022 лампочка?

3. Маугли попросил бандерлогов принести кокосы и бананы. Каждый бандерлог собирал что-то одно и в итоге каждый собрал одно и то же количество кокосов или бананов. По дороге назад каждый угостил каждого одним своим плодом. Все угощения были съедены. В результате Маугли принесли 39 плодов, причём были и бананы, и кокосы, но бананов больше. Сколько всего принесли бананов, если каждый принёс больше трёх плодов?

4. Квадрат ABCD разделён на 4 прямоугольника, площади которых равны. Длина отрезка AT равна 5. Найдите BC.



5. Скрудж Макдак решил открыть сейф, набрал 0, а дальше забыл код. Помнит, что сейф открывается набором цифр из 0 и 1, причём код подчиняется следующим условиям: среди любых подряд выписанных 10 цифр 1 и 0 встречаются одинаковое число раз, а среди любых 12 цифр подряд - разное число раз. Найдите код, если он самый длинный из возможных.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ

1. Ответ: $\diamond=6, \Delta=2$ или $\diamond=3, \Delta=4$.

Решение. Подбором находим, что ромбик нужно заменить на число 6, а треугольник – на 2 или ромбик заменить на 3, а треугольник на 4. Варианты с другими натуральными числами не подходят. Для полного решения достаточно найти одну пару чисел.

Критерии проверки. За правильно найденную пару чисел – **7 баллов**. В остальных случаях - **0 баллов**.

2. Ответ: жёлтая.

Решение. $2022:(1+2+3+4+5+6+7)=72$ (ост. 6). Таким образом, 2022 лампочки разбиваем на группы по 28 лампочек в каждой. Получается 72 полных групп и одна неполная, состоящая из шести лампочек. Шестая будет жёлтой.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Допущена одна арифметическая ошибка, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - **5 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

3. Ответ. 26 бананов.

Решение. Заметим, что каждый бандерлог принёс Маугли одно и то же количество кокосов или бананов, причём принесли и кокосы, и бананы, следовательно, бандерлогов было больше 1. $39=3*13$, так как каждый принёс плодов больше 3, то было всего 3 бандерлога, причём каждый принёс по 13 плодов. Так как бананов больше, то принесли 26 бананов и 13 кокосов.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Отмечены следующие факты: «каждый принёс одно и то же количество плодов», «бандерлогов больше одного» - **по 1 баллу** (баллы суммируются). Верный ответ с проверкой – **1 балл**. В остальных случаях - **0 баллов**.

4. Ответ. $BC = 6\frac{2}{3}$.

Решение №1. Так как площади четырёх прямоугольников равны, то площадь прямоугольника ТВСК составляет четверть от площади квадрата ABCD.

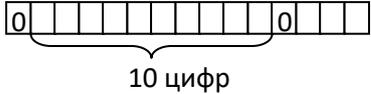
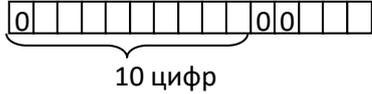
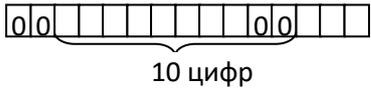
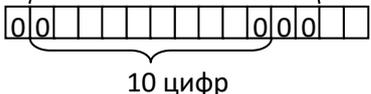
Значит, в прямоугольник АТКD помещается три прямоугольника ТВСК.
Поэтому $AT=3 \cdot BT=5$, значит $BC=AB=4 \cdot BT=4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

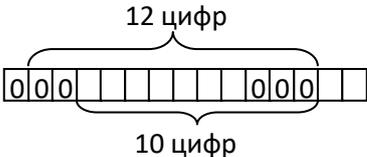
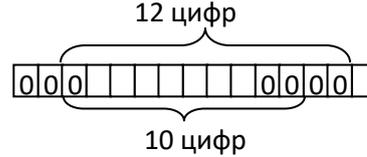
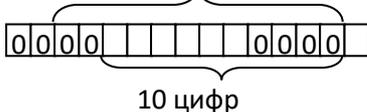
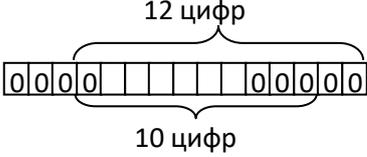
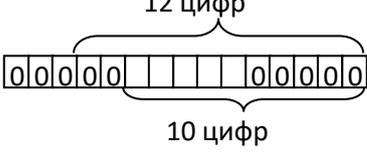
Решение №2. Пусть $BT=x$, $BC=x+5$, тогда площадь верхнего прямоугольника равна $(x+5) \cdot x = \frac{(x+5)^2}{4}$, так как квадрат ABCD разделён на 4 равновеликих прямоугольника. Отсюда, $x = \frac{5}{3}$. Значит $BC = \frac{5}{3} + 5 = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

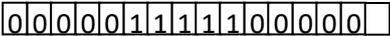
Критерии проверки. За правильное решение – **7 баллов**. Решение в целом верное, но ответ неверный из-за арифметической ошибки – **5 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

5. Ответ. 000001111100000

Решение.

	Рассмотрим 12-значное число , в котором количество цифр 0 и 1 должно быть различным	Рассмотрим 10-значное число , в котором количество цифр 0 и 1 должно быть одинаковым	Вывод:
1	с 1-ой цифры.	со второй цифры.	На 12-ом месте стоит цифра 0, иначе условие не выполняется. 
2	с 1-ой цифры.	с 1-ой цифры	На 11-ом месте стоит 0. 
3	с 1-ой цифры.	с 3-ей цифры.	На 2-ом месте стоит 0. 
4	со 2-ой цифры.	со 2-ой цифры.	На 13-ом месте стоит 0. 12 цифр 

5	со 2-ой цифры.	с 4-ей цифры.	На 3-ем месте стоит 0. 
6	с 3-ей цифры.	с 3-ей цифры.	На 14-ом месте стоит 0. 
7	с 3-ей цифры	с 5-ой цифры.	На 4-ом месте стоит 0. 
8	с 4-ой цифры	с 4-ой цифры	На 15-ом месте стоит 0. 
9	с 4-ой цифры	с 6-ой цифры	На 5-ом месте стоит 0. 

С 6-ого по 10-ое места заполняем 1, иначе в первой 10-ке не получится равное количество 1 и 0. 

Больше 15-ти знаков не получится, т.к. рассматривая 12-значное число с 5-ой цифры по 16-ую 1 не может появиться, т.к. количество 0 и 1 будет равное, а 0 не может быть, т.к. 10-значное число с 7-ой позиции по 16-ую будет содержать разное число 0 и 1.

Критерии проверки. За правильное решение – **7 баллов**. Построен пример с обоснованием его единственности – **4 балла**. Доказана оценка «не более 15 цифр» – **3 балла**. Только верный пример с проверкой – **2 балла**. В остальных случаях - **0 баллов**.