

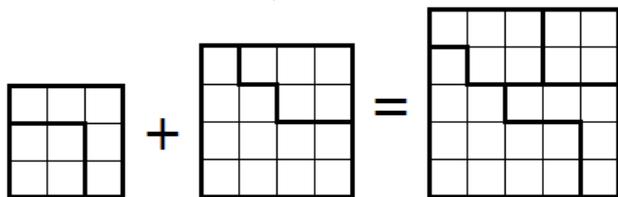
7 класс

1. Сколько существует 4-значных чисел, у которых цифра тысяч больше цифры сотен?

Решение. Цифра в разряде тысяч может принимать одно из 9 возможных значений: 1, 2, 3, ..., 9 (нельзя брать 0, поскольку число четырёхзначное). Для каждого из этих вариантов можно указать соответствующее число вариантов для цифры сотен: 1, 2, 3, ..., 9. То есть всего 45 вариантов. Остальные две цифры произвольные (по 10 вариантов), поэтому получаем ответ: $45 \cdot 10 \cdot 10 = 4500$ вариантов.

2. Даны два квадрата размерами 3×3 и 4×4 клетки. Разрежьте каждый из них на две фигуры (по линиям сетки), из которых можно сложить квадрат 5×5 клеток.

Решение. На рисунке приведено одно из решений. Существуют другие решения.



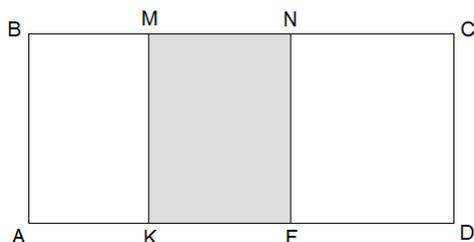
3. Для рытья туннеля наняли двух землекопов. Один из них копает в полтора раза быстрее другого, а платят им одинаково за каждый час работы. Есть два варианта работы: копать с двух сторон до встречи или копать каждому половину туннеля. Какой из вариантов обойдется дешевле?

Решение. Поскольку час работы стоит одинаково, но быстрый землекоп выкопает больше, то метр туннеля, выкопанный быстрым землекопом обходится дешевле. В варианте «до встречи» быстрый землекоп выкопает больше половины туннеля, поэтому этот вариант будет дешевле.

4. Вася написал на доске несколько целых чисел. Петя подписал под каждым из Васиних чисел квадрат этого числа. После чего Маша сложила все числа, написанные на доске и получила 2021. Докажите, что кто-то из ребят ошибся.

Решение. Сумма любого целого числа n и его квадрата равна $n + n^2 = n(n + 1)$ и является чётной, как произведение двух последовательных целых чисел. Таким образом, Маша должна была сложить только чётные числа, поэтому в ответе у неё должно было получиться также чётное число. Значит, кто-то из ребят ошибся.

5. Прямоугольники $ABNF$ и $CMKD$ наложены друг на друга так, что их общей частью является прямоугольник $MNFK$, при этом оказалось, что $BN = 8$ см и $KD = 9$ см. Найдите площадь прямоугольника $MNFK$, если площадь $ABMK$ равна 25 см², площадь $CDFN$ равна 32 см².



Решение. Пусть $AB = x$ см, тогда площадь прямоугольника $ABNF$ равна $8x$ см², а площадь прямоугольника $MNFK$ равна $8x - 25$ см². С другой стороны, площадь прямоугольника $CMKD$ равна $9x$ см², а площадь прямоугольника $MNFK$ равна

$9x - 32$ см². Площадь прямоугольника $MNFK$ найдена двумя способами, поэтому можно составить уравнение $8x - 25 = 9x - 32$, откуда $x = 7$, поэтому площадь прямоугольника $MNFK$ равна $8 \cdot 7 - 25 = 31$ см². **Ответ:** 31 см².