Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

Решения и указания

Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. При неполном решении задачи, баллы обычно выставляются пропорционально тому, какой процент полезных интеллектуальных усилий, нужных для её решения, был затрачен. Например, не следует вообще давать баллы за рассмотрение легких частных случаев, которые никак не проясняют общей картины.

За задачи, которые решены почти полностью, но в решении которых допущены мелкие ошибки (скажем, арифметические), мы рекомендуем вычитать один или два балла в зависимости от характера допущенной ошибки.

Следует отметить, что проверка решений задач и выставление баллов является в любом случае процессом **творческим** и не до конца поддаётся формализации. Поэтому трудно дать рекомендации, охватывающие все возможные ситуации, которые могут возникнуть в ходе проверки. Решения задач, полученных учениками, безусловно, могут отличаться от авторских. Единственным критерием в этом случае является правильность рассуждений.

Некоторые предложения по выставлению баллов, касающиеся отдельных задач, приведены ниже.

В тех задачах, где требуется построить какой-либо пример, не обязательно приводить рассуждения о том, как именно он был получен. В случае, если правильность примера легко проверяется, его достаточно всего лишь предъявить. К этой группе задач относятся VII.5, VIII.2 (где желательно хотя бы краткое обоснование). Однако во многих задачах, помимо верного примера, нужно бывает обосновывать или единственность найденного решения (как в числовом ребусе), или тот факт, что найденное число является наименьшим возможным.

Задачи VII.1, VII.4, VIII.1, VIII.3, VIII.4, X.1, X.4, XI.5 относятся к числу обычных школьных. Их оценка должна производиться в соответствии с обычной практикой. Максимальный балл даётся за полное решение.

В задаче VII.2 за верный ответ в решении числового ребуса, без обоснования единственности решения, присуждается 3 балла. То же самое касается задачи VII.3, если верный ответ указан, но не обоснован.

В задаче VIII.5 баллы даются только при наличии полного обоснования. За использование идеи раскраски можно давать 1 балл.

В задаче IX.1 за верную идею подсчёта можно давать до 3 баллов, если в вычислениях допущены ошибки. При этом, если у кого-то фигурирует допущение, что двузначное число может начинаться с нуля (что является грубой ошибкой), а всё остальное верно, даётся не более 1 балла.

В задаче IX.2 требуется полное обоснование ответа.

В задаче IX.3 за оба найденных варианта без обоснования можно давать до 3 баллов.

За верный ответ в задаче IX.4 можно давать до 2 баллов. Если разобран пример с 17 серединами, можно давать до 3 баллов.

В задаче XI.5 за пример с 13 кораблями даётся 2 балла.

В задаче X.2 за верный пример (без обоснования) можно давать до 3 баллов.

В задачах X.3, XI.3 за верное нахождение двух пар корней можно присуждать до 3 баллов.

В задаче X.5 за попытки указать конкретную стратегию игры, но без полного и точного обоснования, баллы не присуждаются.

В задаче XI.1 баллы не присуждаются за использование приближённых вычислений с десятичными цифрами. Применение формул сокращённого умножения, с точным сравнением квадратных корней, вполне допустимо.

В задаче XI.2 годится любая логически обоснованная схема с двумя взвешиваниями.

За задачу XI.4 можно давать до 1 балла за полное рассмотрение одного или нескольких частных случаев (например, чисел, составленных из заданного набора цифр типа 1, 2, 3 с полным анализом всех остатков).

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

7 класс (решения)

1. Ответ: синий, белый, красный.

   В третьем ящике лежит не белый и не синий шарик. Значит, он красный. В первом — не белый, а также не красный. Значит, он синий. Получается, что во втором ящике лежит белый шарик.

2. Ответ: $8126 + 8126 = 16252$.

   Ясно, что Д=1 как первая цифра пятизначной суммы. Рассмотрим разряд сотен. Для него А=Д+Д=2, так как цифра А стоит на конце суммы, и она чётна. Отсюда Р+Р оканчивается на 2, поэтому Р=6, так как цифра 1 уже занята. Сложение двух последних разрядов даёт К=5. Наконец, У=8, так как при сложении У+У должно получиться 16. Решение единственно.

3. Ответ: 894326705.

   Среди двух соседних цифр непременно есть делящаяся на 3, а таких цифр всего четыре. Поэтому 10-значного числа быть не может. Попробуем построить 9-значное. Цифры 0, 3, 6, 9, кратные трём, должны стоять на чётных местах. При этом рядом с 3 и 9 стоят по обе стороны чётные цифры. Так как 9 на первом месте не стоит, максимальная первая цифра равна 8, и далее, чтобы получить максимум, ставим 9. После 9 максимальная цифра равна 4, так как 6 стоит в другом месте. Поскольку обе цифры рядом с 3 чётны, и это не 0 и не 6, цифра 3 соседствует с 2 и 4. Имеем 89432... , и дальше продолжение однозначное: 894326705.

4. Ответ: 900.

   К любому трёхзначному числу можно ровно одним способом приписать справа десятичную цифру, чтобы сумма цифр стала кратна 10. Например, к 780 дописываем 5, к 202 дописываем 6, к 334 дописываем 0, и так далее. Поскольку трёхзначные числа принимают значения от 100 до 999 включительно, их будет ровно $999 - (100 - 1) = 900$. Столько же будет и четырёхзначных чисел из условия задачи.

5. Сначала разрежем прямоугольник на три квадрата размером 3×3. Два из них оставим, а от третьего отрежем квадрат 2×2. Оставшуюся часть разрежем на 5 квадратов размером 1×1. Всего получится 8 квадратов.