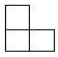
Ключи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике
2021-2022 учебный год
7 класс
Продолжительность олимпиады: 235 минут.

Код участника:____________________

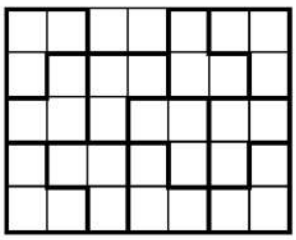
Критерии оценивания работ участников:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Максимально возможное количество баллов за каждое задание: 7 баллов
Максимальное количество баллов по всем возрастным параллелям – 35 баллов.
Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

7.1. Какое наибольшее количество уголков вида , состоящих из трех квадратов 1х1, можно поместить в прямоугольник 5х7? (Уголки можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать один на другой).

Решение: Площадь уголка равна 3, а площадь прямоугольника – 35, поэтому в прямоугольнике не может поместиться 12 уголков. На рисунке представлен один из способов размещения в прямоугольнике 11 уголков.



Ответ: 11

7.2. Углы *AOB, BOC* и *COD* равны между собой, а угол *AOD* втрое меньше каждого из них. Все лучи OA, OB, OC, OD различны. Найдите величину угла *AOD* (перечислите все возможные варианты).

Решение.
Углы *AOB, BOC* и *COD* следуют друг за другом в одном направлении (т.к. никакие лучи не совпадают). При этом их сумма может быть меньше 360º (см. рис 1.) и больше 360º (см. рис. 2).

Обозначим величину угла AOD через x. Тогда каждый из углов AOB, BOC и COD равен 3x. В первом случае получается, что 3x+3x+3x+x=360º, откуда x=36 º. Во втором случае 3x+3x+3x- x=360º, откуда x=45 º.

рис. 1

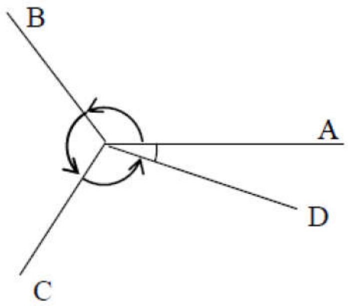
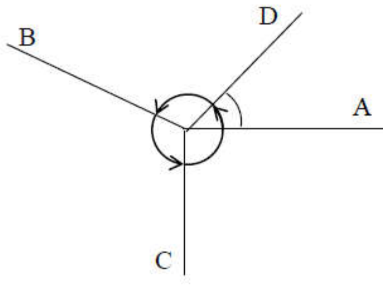


рис.2



Ответ: 36º, 45º

Критерии:

- За один из ответов 36º или 45º, снабженный пояснениями, хотя бы в виде чертежа – 3 балла.
- Только один из ответов без пояснений – 1 балл. Оба ответа написаны, но нет пояснений – 2 балла.

7.3. В записи натурального числа 300 единиц, а остальные цифры нули. Может ли быть это число квадратом целого числа?

Решение.
Если бы данное натуральное число *n* было квадратом целого числа *a*, то из условия следовало бы, что *n* делится на 3, так как сумма цифр данного числа равна 300 и делится на 3. Но тогда и a^2 делится на 3, значит, $a^2 = n$ делится на 9, чего быть не может, так как сумма цифр, равная 300, не делится на 9.

Ответ*:* нет.

7.4. Во время первенства класса по шахматам двое участников, сыграв равное количество партий, заболели и выбыли из турнира, а остальные участники доиграли турнир до конца. Играли ли выбывшие участники между собой, если всего было сыграно 23 партии? (турнир проводился по круговой системе: каждый играл с каждым одну партию).

Решение*:*
Турнир с 6 участниками состоит из 15 партий (6 участников · 5 партий: 2), а с 7 участниками – из 21 партии, с 8 участниками – из 28 партий. Поэтому либо в турнире участвовало, кроме выбывших, 6 участников, и, значит, выбывшие участвовали в 8 партиях (23-15), либо 7 участников, и тогда выбывшие участники участвовали в 2 партиях (23-21).
Если бы они сыграли между собой, то они сыграли бы с другими участниками в первом случае 7 партий, а во втором – 1 партию и, значит, не смогли бы сыграть равное количество партий.
Ответ: не играли

7.5. Имеется 11 пустых коробок. За один ход можно положить по одной монете в какие-то 10 из них. Играют двое, ходят по очереди. Побеждает тот, после хода которого впервые в одной из коробок окажется 21 монета. Кто выигрывает при правильной игре?

Решение.
Занумеруем коробки: $1, \ldots, 11$ и будем обозначать ход номером той коробки, куда мы не клали монету. Можно считать, что первый игрок начал игру ходом 1. Чтобы победить, второму надо, независимо от игры первого, сделать ходы $2, \ldots, 11$. Этими десятью ходами вместе с ходом первого в каждую коробку будет положено по 10 монет. Кроме того, найдется коробка (назовем ее A), в которую первый каждым своим ходом со 2 по 11 клал по монете. Тем самым, после 11 хода первого в коробке A окажется 20 монет, и ни в какой коробке не окажется больше. Второй игрок своим 11-м ходом должен положить монеты так, чтобы в коробку A попала монета. Тем самым, он выигрывает.
Ответ. Выигрывает второй