

8 класс

1. Например, $43 \cdot (8 \cdot 5 + 7) + 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 9 = 2021$.

2. Ответ: 5.

Решение. Пример, какие дольки надо съесть.

	1			1	
		1			
	1			1	

Оценка. Пронумеруем дольки, как показано на рисунке.

1	1	2	2	3	3
1	1	2	2	3	3
1	1	2	2	3	3
4	4	4	5	5	5
4	4	4	5	5	5

Заметим, что надо съесть хотя бы одну дольку с каждым числом, иначе орешки могут находиться как раз во всех дольках, помеченных числом, которое мы не затронули.

3. Решение. $(a+b)(a+c) = a^2 + ab + ac + bc = a^2 - (a+b+c)^2 = -(b+c)(2a+b+c)$.

Остальные случаи разбираются аналогично.

4. Решение. Пусть E — точка пересечения серединных перпендикуляров к AB и CD . Треугольник CED — равнобедренный, с основанием DC , так как E лежит на серединном перпендикуляре к CD . Аналогично, треугольник BEA — равнобедренный. Тогда $\angle ECD = \angle EDC = \angle EAB = \angle ABE = a$. Из треугольника CED $\angle CED = 180^\circ - 2a$. Аналогично, $\angle BEA = 180^\circ - 2a$.

$\angle BED = \angle BEC + \angle CED = \angle BEC + \angle BEA = \angle CEA$. Получаем, что треугольники ACE и BED равны по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников $AC = BD$.

5. Решение. Заметим, что всего различных пар замков — 6. Это значит, что каждой паре замков соответствует свой ключ.

Пронумеруем замки 1, 2, 3, 4. Тогда пары замков будут: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4). Заметим, что каждый замок может быть открыт ровно тремя ключами.

Первые 5 попыток: попробуем пятью ключами открыть 1-й замок. Если только два из пяти ключей смогли открыть этот замок, значит оставшийся ключ его тоже открывает.

Таким образом, мы нашли три ключа, которые открывают первый замок, и значит соответствуют парам замков (1, 2), (1, 3) и (1, 4) (пусть это будут ключи 1, 2 и 3). А остальные три ключа соответствуют парам замков (2, 3), (2, 4), (3, 4) (пусть это будут ключи 4, 5, 6).

Следующие 2 проверки: пробуем открыть 1-м ключом замки 2 и 3. Если он их не открывает, значит он открывает замок 4. Таким образом, мы нашли, какую пару замков открывает 1-й ключ. Пусть это будет пара (1, 2).

Следующая проверка: пробуем открыть 2-м ключом замок 3. Если не открывает, значит он открывает 4-й замок. То есть мы нашли пару замков для 2-го ключа. Ключу 3 будет соответствовать оставшаяся пара.

Остались ключи 4, 5, 6 и пары замков (2, 3), (2, 4), (3, 4).

Следующие 2 проверки: пробуем ключами 4 и 5 открыть замок 2. Если оба ключа открывают этот замок, тогда 6-й не открывает. Таким образом мы находим ключ, который не открывает 2-й замок и, значит, соответствует паре замков (3, 4).

Последняя проверка. Одним из оставшихся ключей пробуем открыть замок 3. Если открывает, значит он соответствует паре (2, 3). Иначе, паре (2, 4).

Последний ключ соответствует оставшейся паре замков.

Общие критерии оценки:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрено отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.