Ответы

8 класс.

8.1. Ответ: 16.

Решение. Пусть Таня решила x задач, тогда ей осталось решить $\frac{x}{2}$ задач.

Пусть t_1 – промежуток времени, после которого Таня и Коля оценили доли решенных и оставшихся для решения задач, t_2 – оставшееся время. Так как скорость решения задач Таней постоянна, то $t_2 = t_1 \cdot \frac{1}{2}$, т.е. $\frac{t_1}{t_2} = 2$.

Тогда Коля решил $\frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{6}$ задач, и ему осталось решить $x + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = \frac{8x}{6} = \frac{4}{3}x$ задач.

Его скорость была равна $\frac{x}{6t_1}$, а должна стать равной $\frac{4x}{3t_2}$.

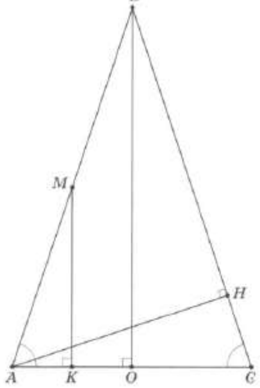
Отношение скоростей равно $\frac{4x \cdot 6t_1}{3t_2 \cdot x} = \frac{8t_1}{t_2} = 16$.

8.2. Ответ. Не мог.

Решение.
Предположим, что последний пятый участник выиграл во всех партиях. В каждой партии один из борцов выигрывает, другой – проигрывает. Поэтому, количество побед должно равняться количеству поражений. Из высказываний первых четырех ребят следует, что у них побед на 6 меньше, чем поражений. Значит, количество побед пятого участника должно равняться 6 (он не проигрывал). Но количество его побед должно делиться на 4, так как, по его утверждению, он одержал равное количество побед над каждым из соперников, а 6 на 4 не делится. Противоречие.

8.3. Ответ: 20a.

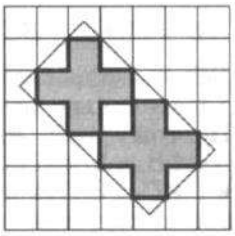
Решение.



Треугольник ABC – равнобедренный, значит, ∠MAK = ∠ACH. Тогда треугольники MAK и ACH равны (прямоугольные с равными катетами MK = AH и равными противолежащими острыми углами). Значит, AC = AM = $\frac{1}{2}$AB. Проведем высоту BO треугольника ABC. По теореме Фалеса AK : KO = AM : MB, значит, AO = 2 AK = 2a. Тогда AC = 2 AO = 4a, AB = 2 AC = 8a. Значит, периметр равен
P = 8a + 8a + 4a = 20a.

8.4. Ответ. Можно.

См. рисунок.



Нарисованный прямоугольник состоит из 11 полных квадратов 1x1, 8 половинок и 4 четвертинок квадратиков, поэтому его площадь равна $11 + 8 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = 16$.

8.5. Ответ. Не могло.

Решение.
Рассмотрим шахматную раскраску 10x10. Заметим, что из белой клетки своим ходом хромая ладья попадает в черную, а из черной клетки – в белую. Пусть ладья начала обход с белой клетки. Тогда 1 будет стоять в белой клетке, 2 – в черной, 3 – в белой, …, 100 – в черной, т.е. в белых клетках будут стоять нечетные числа, а в черных – четные. Но из двух соседних по стороне клеток одна черная, а другая белая, т.е. сумма чисел, записанная в этих клетках, всегда будет нечетной, а значит, не будет делиться на 4.