

8.1. Ответ. Цифрой 5.

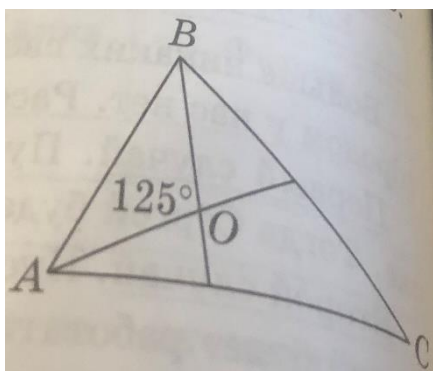
Решение. Найдем последнюю цифру 3^n при различных значениях n : 3, 9, 7, 1, 3, 9, ... Замечаем зависимость: через 4 числа цифра повторяется. Так как $2020 = 505 \cdot 4 + 0$, то число 3^{2020} оканчивается той же цифрой, что и 3^4 , то есть 1. Рассматривая различные степени числа 4, получаем зависимость: если показатель n – четный, то 4^n оканчивается цифрой 6, а если нечетный, то 4^n оканчивается цифрой 4. Так как 2021 – число нечетное, то число 4^{2021} оканчивается цифрой 4, а значит, и число $3^{2020} + 4^{2021}$ оканчивается цифрой 5.

8.2. Ответ. 3 суток

Решение. Пусть собственная скорость корабля равна x км/сут., а скорость движения воды – y км/сут. Так как из A в B корабль доплывает за сутки, а обратно – за трое, то из A в B корабль плывет по течению, скорость его равна $x + y$ (км/сут.). А так как он плывет одни сутки, то $AB = x + y$ (км). Аналогично рассуждая про путь из B в A , получим, что $AB = 3(x - y)$ (км). Приравняв правые части в данных равенствах, получим, что $x = 2y$. Так как время плота равно отношению AB к y , то получаем: $\frac{AB}{y} = \frac{x+y}{y} = \frac{3y}{y} = 3$.

8.3. Ответ. $\angle ACB = 70^\circ$.

Решение.



Обозначив $\angle BAO = x$, выразим другие углы: $\angle ABO = 180^\circ - 125^\circ - x = 55^\circ - x$; $\angle A = 2x$, $\angle B = 110^\circ - 2x$. Тогда $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

8.4. Решение. Утверждение следует из тождества $(a^2 - 1)(b^2 - 1) = a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 = a^2b^2 + 1 + 2ab - 2ab - a^2 - b^2 = (ab + 1)^2 - (a + b)^2$.

8.5. Ответ. Не могло.

Решение. Рассмотрим шахматную раскраску доски 10×10 . Заметим, что из белой клетки своим ходом хромая ладья попадает в черную, а из черной клетки – в белую. Пусть ладья начала обход с белой клетки. Тогда 1 будет стоять в белой клетке, 2 – в черной, 3 – в белой, ..., 100 – в черной, т.е. в белых клетках будут стоять нечетные числа, а в черных – четные. Но из двух соседних по стороне клеток одна черная, а другая белая, т.е. сумма чисел, записанная в этих клетках, всегда будет нечетной и не будет делиться на 4.