

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников по математике
2021-2022 учебный год

10-ый класс

1. В таблицу 3×3 расставили неповторяющиеся натуральные числа, не большие 20. Могло ли оказаться, что для любых двух соседних по стороне клеток отношение большего числа к меньшему – целое?
2. Компания друзей вышла на утреннюю пробежку вокруг озера. Во время пробежки один за другим они понимали, что не рассчитали свои силы, и переходили с бега на шаг. Один из друзей подсчитал, что он пробежал восьмую часть от суммарного расстояния, которое пробежала вся компания, а прошёл шагом десятую часть суммарного расстояния, которое они прошли пешком. Сколько всего человек было на прогулке?
3. Докажите, что при всех положительных x верно неравенство

$$(x + 1)\sqrt{x + 1} \geq \sqrt{2}(x + \sqrt{x}).$$

4. Для каждого целого числа от 10 до 2021 нашли произведение цифр, а потом все полученные результаты сложили. Какая сумма получилась?
5. В $\triangle ABC$ провели биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 , пересекающиеся в точке O . Оказалось, что площади $\triangle OC_1B$, $\triangle OB_1A$ и $\triangle OA_1C$ совпадают. Верно ли, что $\triangle ABC$ равносторонний?

Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов