

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике  
2021-2022 учебный год**

**10 класс**

1. Из ряда натуральных чисел вычеркнули все числа, которые являются квадратами или кубами целых чисел. Какое из оставшихся чисел стоит на сотом месте?

2. Можно ли нарисовать на поверхности кубика Рубика такой замкнутый путь, который проходит через каждый квадратик ровно один раз (через вершины квадратиков путь не проходит)?

3. Каждый узел бесконечной сетки покрашен в один из четырёх цветов так, что вершины каждого квадрата со стороной 1 окрашены в разные цвета. Верно ли, что узлы одной из прямых сетки окрашены только в два цвета? (Сетка образована горизонтальными и вертикальными прямыми. Расстояние между соседними параллельными прямыми равно 1.)

4. Доказать, что уравнение  $23x^2 - 92y^2 = 3128$  не имеет решений в целых числах.

5. Диагонали выпуклого четырёхугольника делят его на четыре треугольника. Оказалось, что сумма площадей двух противоположных (имеющих только общую вершину) треугольников равна сумме площадей двух других треугольников. Докажите, что одна из диагоналей делится другой диагональю пополам.