

## 10 класс

10.1. Чему равна сумма цифр числа  $A = 100^{40} - 100^{30} + 100^{20} - 100^{10} + 1$  ?

10.2. Множество  $M$  состоит из произведений пар последовательных натуральных чисел:  $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots$ . Докажите, что сумма некоторых двух элементов множества  $M$  равна  $2^{2021}$ .

10.3. Даны три квадратные трехчлена

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad g(x) = bx^2 + cx + a, \quad h(x) = cx^2 + ax + b,$$

где  $a, b, c$  – различные ненулевые действительные числа. Из них составили три уравнения  $f(x) = g(x), f(x) = h(x), g(x) = h(x)$ . Найдите произведение всех корней этих трех уравнений, если известно, что каждое из них имеет по два различных корня.

10.4. На продолжении стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  за точку  $C$  выбрана точка  $D$ . Пусть  $S_1$  – окружность, описанная около треугольника  $ABD$ ,  $S_2$  – окружность, описанная около треугольника  $CBD$ . Касательная к окружности  $S_1$ , проходящая через точку  $A$ , и касательная к окружности  $S_2$ , проходящая через точку  $C$ , пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что точка  $P$  лежит на окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

10.5. Дан «скелет» клетчатого квадрата  $10 \times 10$  (то есть множество из вертикальных и горизонтальных отрезков, делящих квадрат на квадратики со стороной 1, включая границу квадрата). И этот скелет разбили на уголки (из двух единичных отрезков) и отрезки длины 2 (тоже из двух единичных отрезков). Могло ли «отрезков длины 2» быть ровно 21?