

**Задания для обучающихся**

**Время выполнения – 235 минут**  
**Максимальное количество баллов – 42**

*Написать только ответ — мало!*

*Все ответы нужно объяснить с помощью рассуждений или вычислений!*

1. Для трех чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  выполняется равенство  $\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{a+c} + \frac{c-b}{a+b} = 1$ . Найдите значение выражения  $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{a+c} + \frac{a+c}{a+b}$ .

2. Приведите пример 2021 последовательных чисел, среди которых встречается ровно 30 точных квадратов.

3. В трапецию  $ABCD$  с основаниями  $BC = 3$  и  $AD = 5$  можно как вписать окружность, так и описать окружность около нее. Вписанная окружность с центром  $O$  касается боковых сторон  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите площадь пятиугольника  $BCFOE$ .

4. Почтальон Печкин едет по шоссе на велосипеде. Он заметил, что через каждые 4,5 километра его обгоняет дачный автобус, а через каждые 9 минут проезжает встречный дачный автобус. Интервал движения автобусов в обоих направлениях равен 12 минутам. С какой скоростью едет Печкин?

5. Правильный 2021-угольник разбили непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что среди всех получившихся треугольников ровно один остроугольный.

6. Прямоугольник  $7 \times 11$  разрезали на квадраты  $2 \times 2$  и на уголки из трех клеток как на рисунке. Сколько всего фигур каждого вида могло получиться при разрезании? Найдите все варианты.

