

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием

в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике. Выполняя задания, не спешите, так как они требуют применения не только знаний, но и общей эрудиции и творческого подхода.

На выполнение заданий отводится 4 (четыре) астрономических часа.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.

Успеха Вам в работе!

- 10.1. Можно ли найти такое восьмизначное число, которое при делении на свою первую цифру даёт остаток 1, при делении на вторую цифру даёт остаток 2, ..., при делении на восьмую цифру даёт остаток 8, при условии, что в своем написании восьмизначное число не содержит цифры – 0 и считаются цифры слева направо.
- 10.2. Геометрическая прогрессия (b_n) состоит из шести членов. Среднее арифметическое её первых четырёх членов равно 15, а среднее арифметическое последних четырёх членов равно 60. Чему может быть равен последний член прогрессии?
- 10.3. Два поезда едут навстречу друг другу с постоянными скоростями. В состав каждого из поездов входит по 15 одинаковых вагонов. Через 28 секунд после встречи их первых вагонов пассажир Александр, сидя в купе третьего вагона, поравнялся с пассажиром Сергеем, а ещё через 32 секунды последние вагоны этих поездов полностью разъехались. В каком по счёту вагоне ехал Сергей?
- 10.4. Диагонали AC и BD четырехугольника ABCD, вписанного в окружность, пересекаются в точке P. Известно, что расстояния от точки P до сторон AB, BC, CD, DA равны 4 , $\sqrt{3}$, $\frac{8}{\sqrt{19}}$ и $8\sqrt{\frac{3}{19}}$ соответственно (основания перпендикуляров, опущенных из точки P на стороны, лежат на этих сторонах).
- а) Найдите отношение AP : PC
- б) Найдите длину диагонали BD, если дополнительно известно, что AC = 10.
- 10.5. В живую клетку растительного происхождения встроены вирусы трёх типов: A, B и C. Два вируса любых двух разных типов, внедряясь друг в друга, образуют один вирус третьего типа. После нескольких таких внедрений в клетке образовался один вирус. Каким может быть его тип, если исходно вирусов типа A было 20 штук, типа B – 21 штука и типа C – 22 штуки?