

10 класс

1. Три пчёлки собирают нектар с 88 садовых цветов. На каждый цветок обязательно прилетала хотя бы одна пчела. Каждая из пчёл посетила ровно 54 цветка. Назовём цветок сладким, если его посетили все три пчелы, и горьким, если ровно одна. Каких цветов из этих 88 больше: сладких или горьких, и на сколько?
2. Найдите все пары натуральных чисел a и b , удовлетворяющих условию: $\text{НОК}(a, b) + \text{НОД}(a, b) = ab/5$ и докажите, что других таких пар нет.
3. Бесконечная решётка составлена из правильных треугольников со стороной 1 см. Каждое ребро решётки покрашено в один из трёх цветов. Верно ли, что обязательно найдётся вершина, из которой улитка может проползти по одноцветным рёбрам 100 см не проходя дважды одно ребро?
4. Числовая последовательность задана соотношением:

$$a_0 = 1, \quad a_{k+1} = a_k + \frac{1}{a_k}.$$

Докажите, что $a_{2021} > 60$.

5. Найдите площадь треугольника, вписанного в параллелограмм, если известно, что оставшаяся часть параллелограмма представляет собой три треугольника единичной площади.