

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады  
школьников по математике  
в 2021 – 2022 учебном году  
10 класс**

*Время выполнения заданий – 4 часа*

**10.1.** *Различные положительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам*

$$xyz = 1 \quad \text{и} \quad x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

*Найдите среднее из них. Ответ обоснуйте.*

**10.2.** *Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , при этом  $O_1O_2 > O_1A > O_2B$ . Пусть  $P$  и  $Q$  – точки пересечения окружности, описанной около треугольника  $O_1AO_2$  с первой и второй окружностями соответственно. Докажите, что отрезки  $O_1Q$  и  $O_2P$  пересекаются в точке  $B$ .*

**10.3.** *Группа детского сада в количестве 25 детей вернулась с прогулки. Для просушки дети выложили на батарею в ряд все свои 50 варежек. Воспитательница группы заметила, что варежки каждого ребёнка лежат не рядом. Более того, оказалось, что между варежками любого ребёнка лежит простое число варежек других детей. Докажите, что найдётся ребёнок, между варежками которого лежат ровно две другие варежки.*

**10.4.** *График квадратного трёхчлена*

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}}x^2 + bx + c$$

*пересекает положительную полуось оси  $Oy$  в точке  $M$ , а положительную полуось оси  $Ox$  – в точках  $K$  и  $L$  (точка  $L$  расположена правее точки  $K$ ). Оказалось, что  $\angle LKM = 120^\circ$ , а  $KL = KM$ . Найдите корни данного трёхчлена.*

**10.5.** *Профессор Потапов меняет шило на мыло, академик Агатов 4 мыла на 1 шило, а доцент Долматов 1 мыло на 5 шильев (но не наоборот). После нескольких обменов у студента Сидорова оказалось столько же шильев и мыла, сколько было в начале. Докажите, что количество сделанных обменов делится на 26.*

**10.6.** *В равностороннем треугольнике  $ABC$  выбрана точка  $P$  таким образом, что  $AP = 10$ ,  $BP = 8$ ,  $CP = 6$ . Найдите площадь этого треугольника.*