

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до

7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

10.1. Какое из чисел больше $\frac{2^{2021}+1}{2^{2022}+1}$ или $\frac{2^{2022}+1}{2^{2023}+1}$?

10.2. На стороне AB правильного треугольника ABC взяли точку M и на отрезке MC по ту сторону от него, что и точка B , построили правильный треугольник MKC . Докажите, что прямые AC и BK параллельны.

10.3. Числа $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{a+c}$ и $\frac{1}{b+c}$ образуют арифметическую прогрессию. Докажите, что числа a^2 , b^2 и c^2 также образуют арифметическую прогрессию.

10.4. Разность кубов двух линейных функций является квадратным трехчленом. Докажите, что этот трехчлен не имеет действительных корней.

10.5. 72 последовательных натуральных числа разбили произвольным образом на 18 групп по 4 числа, в каждой группе подсчитали произведение чисел, и у каждого из 18 полученных произведений подсчитали сумму цифр. Могут ли все полученные суммы цифр быть равными?