

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

## II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

### 10 КЛАСС

1. За круглым столом сидят 12 человек. Часть из них является рыцарями, всегда говорящими правду, а оставшаяся часть — лжецами, которые всегда лгут. Каждый из сидящих объявил лжецом своего соседа, сидящего слева. Можно ли наверняка утверждать, сколько за столом было рыцарей, и сколько лжецов?
2. Найти наименьшее натуральное число, которое оканчивается на 56, делится на 56, и имеет сумму цифр, равную 56.
3. Рассмотрим функцию  $f(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{3-x}$ , заданную на числовой прямой. При каких  $x$  значение функции является целым числом?
4. Пусть  $AK$  — биссектриса треугольника  $ABC$ , а  $L$  — точка пересечения биссектрис этого треугольника. Доказать, что  $AL > LK$ .
5. Петя и Вася играют в игру, по очереди называя ненулевые десятичные цифры. Нельзя называть цифру, которая является делителем какой-то из уже названных кем-либо. Проигрывает тот, у кого нет хода. Начинает Петя. Кто выигрывает при правильной игре обеих сторон?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35